

非均質断面梁のせん断剛性評価に用いる 断面回転に関する考察

構造強度学研究室

指導教員 齊木 功 准教授

藤本 竜太

2018年2月15日

せん断剛性評価の歴史

- 1921 Timoshenko : Timoshenko梁の提案
- 1966 Cowper : 古典的弾性論による代表的な形状断面に対する手法
- 2001 Hutchinson : 平面保持を仮定したまません断剛性を評価する手法
- 有限要素法による評価手法が多く提案されはじめる-----
- 2001 GruttmannとWagner : 任意形状断面に対する手法
- 2013 Steinboeckら : 円形断面の半径方向に非均質な梁に対する手法
- ↑ ここまでほとんどの研究が均質断面梁に対しての報告
- 2017 齊木ら : 均質化梁理論を用いる手法で
非均質断面の梁に対するせん断剛性の評価に成功！？

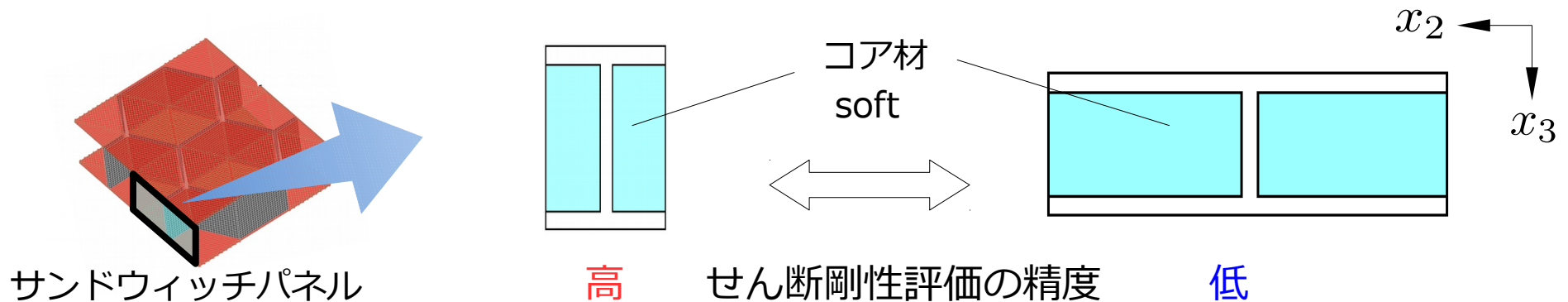
本研究の目的

任意形状の非均質断面梁に対するせん断剛性を
高精度に評価する

⇒ 従来の方法に**重大な問題**を発見！！！！

問題点

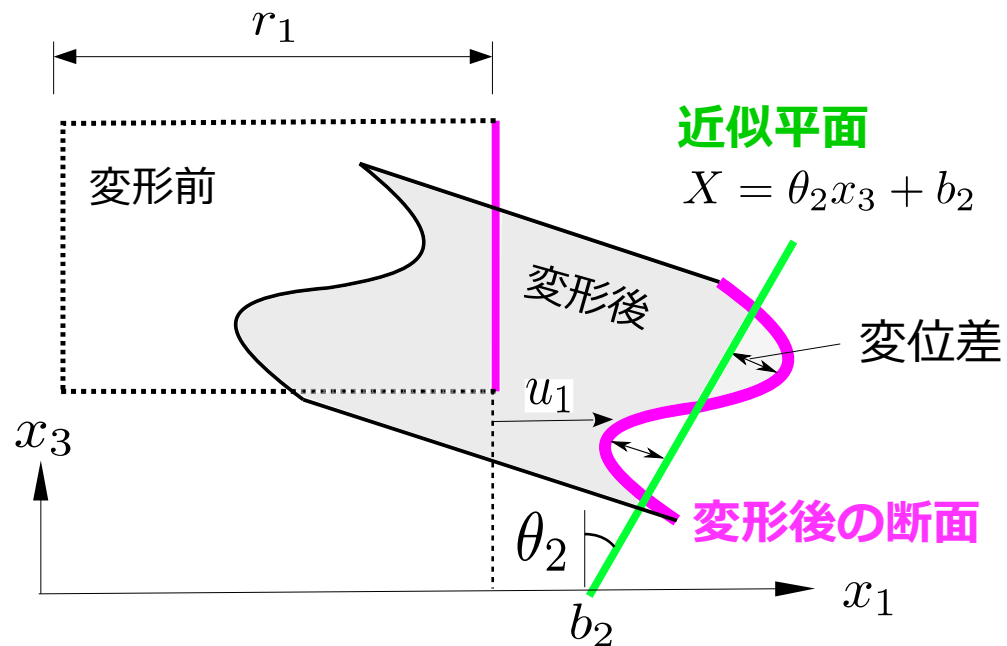
コア材において剛性の低い材料の占める割合が大きくなると
せん断剛性評価の精度は低くなる



代表体積要素の剛体回転を拘束してせん断変形を与えることで
せん断剛性を評価している

本研究ではせん断剛性を評価する際の**断面回転**に着目する

断面回転の定義



従来：幾何学的アプローチ

変形後の断面と近似平面の
変位差の二乗和を最小化

$$\int \left(\frac{u_1 - \theta_2 x_3 - b_2}{r_1} \right)^2 dS$$

を最小とする θ_2 を断面回転とする

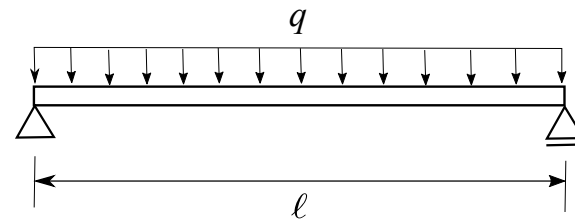
本提案：力学的アプローチ

断面の変形によるひずみエネルギーを最小化

▷ $\int \frac{1}{2} E \left(\frac{u_1 - \theta_2 x_3 - b_2}{r_1} \right)^2 dS$ を最小とする θ_2 を断面回転とする

解析モデル

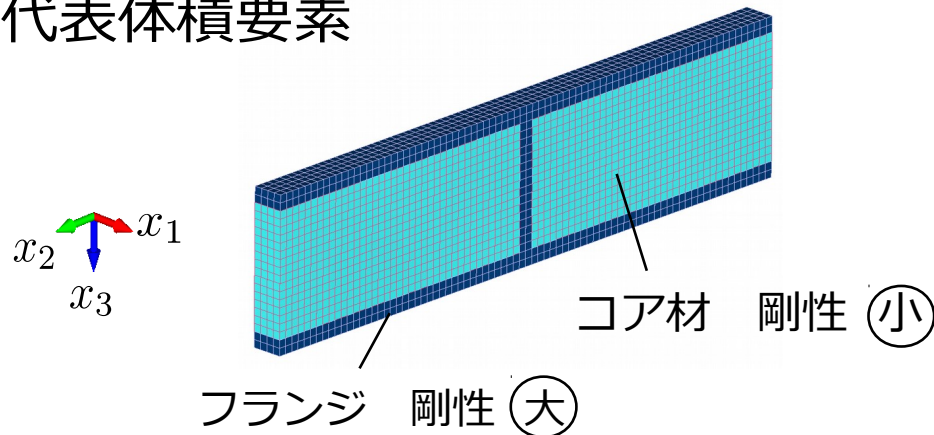
単純支持されて
等分布荷重を受ける梁



4/7

せん断変形によるたわみを比較し，せん断剛性の精度を確かめる

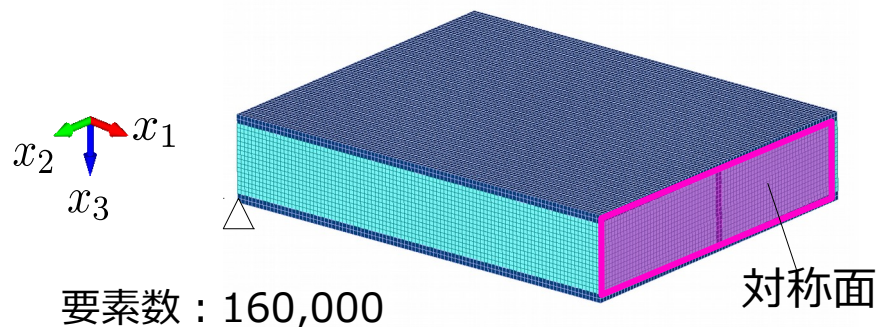
代表体積要素



せん断剛性を
Timoshenko梁理論に適用して
せん断変形によるたわみを算出する

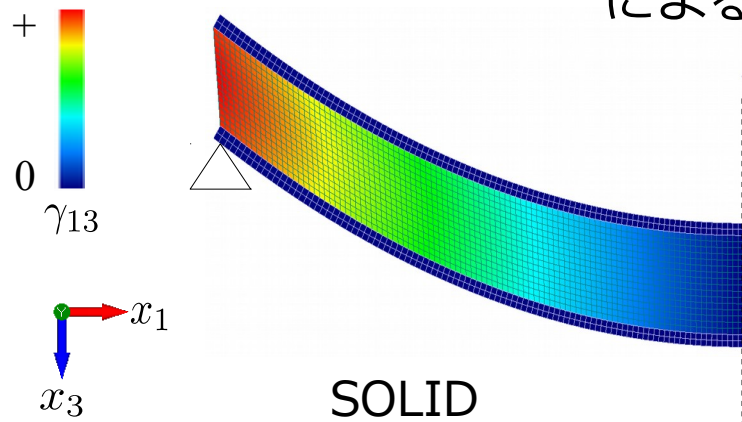
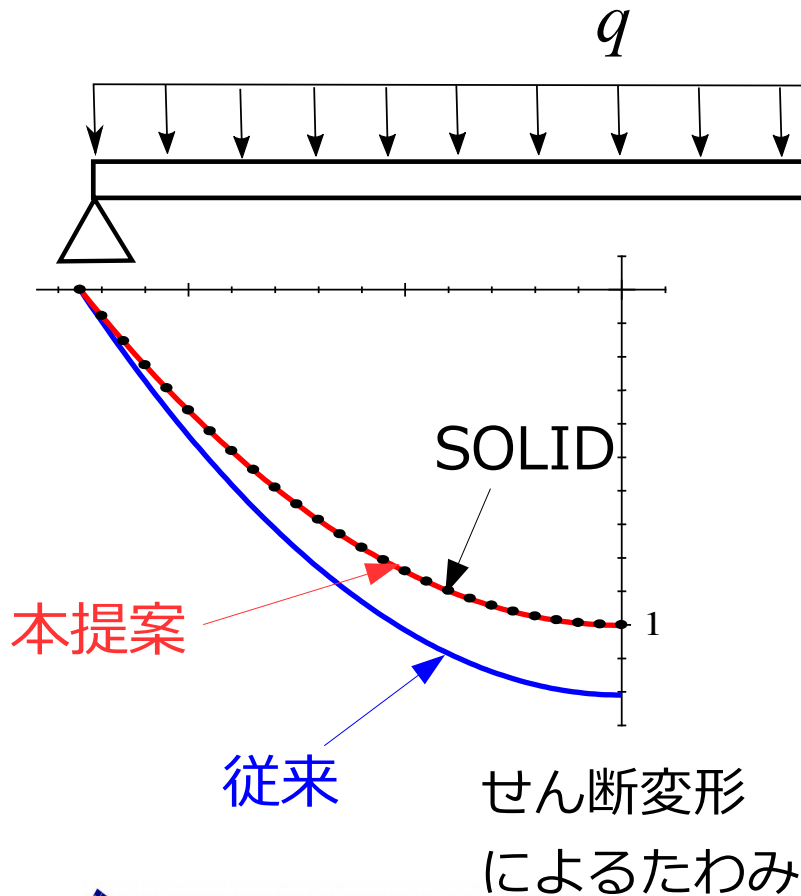
⇒ **本提案**と**従来**を比較する

参照解 (SOLID)



ソリッド要素で梁を再現したモデルで
せん断変形によるたわみを計測し
参照解とする

せん断変形によるたわみの比較

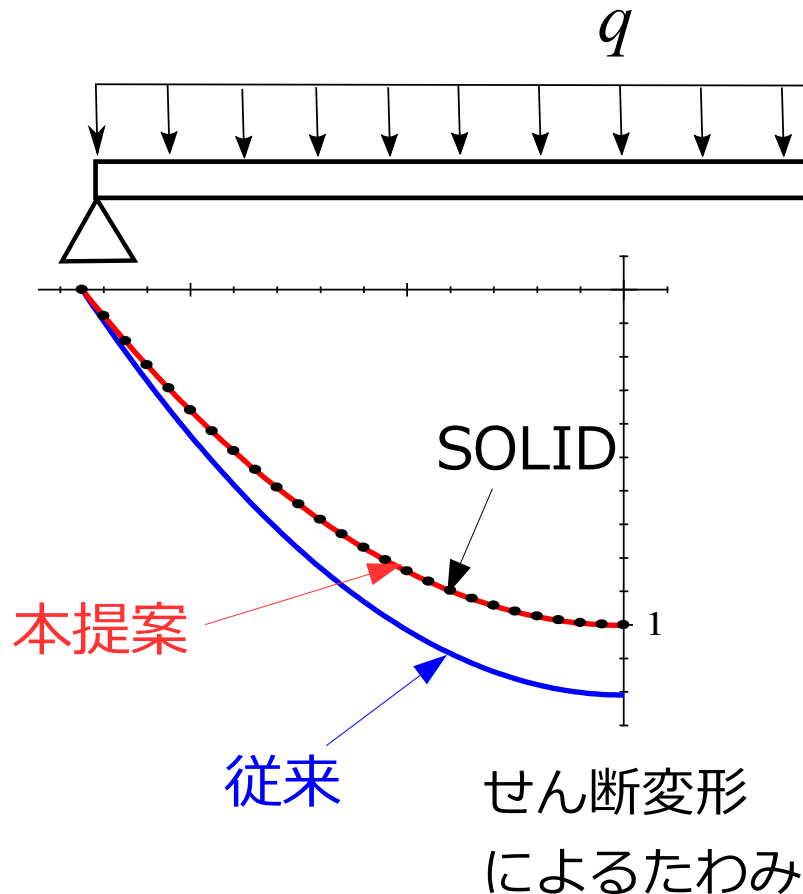


SOLIDとの相対差

本提案

従来

せん断変形によるたわみの比較



21%

0.13%

本提案

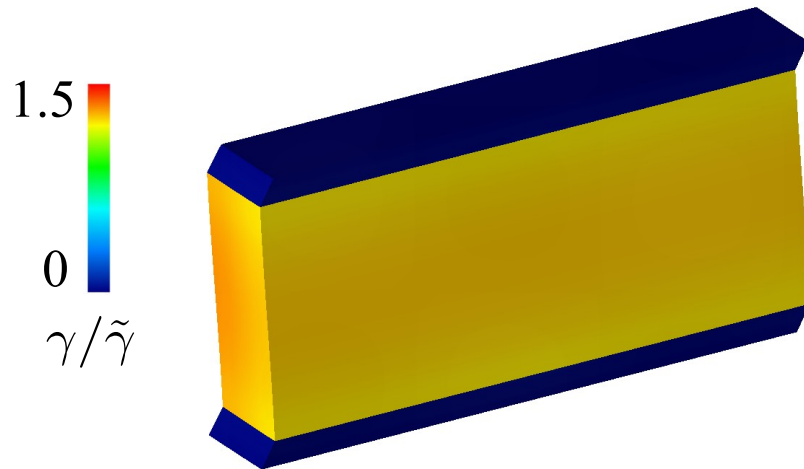
従来

本提案のせん断剛性評価は、**従来**よりも
精度が飛躍的に向上していることがわかった

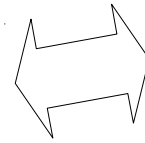
せん断ひずみの分布

代表体積要素

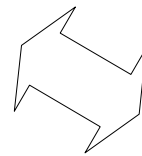
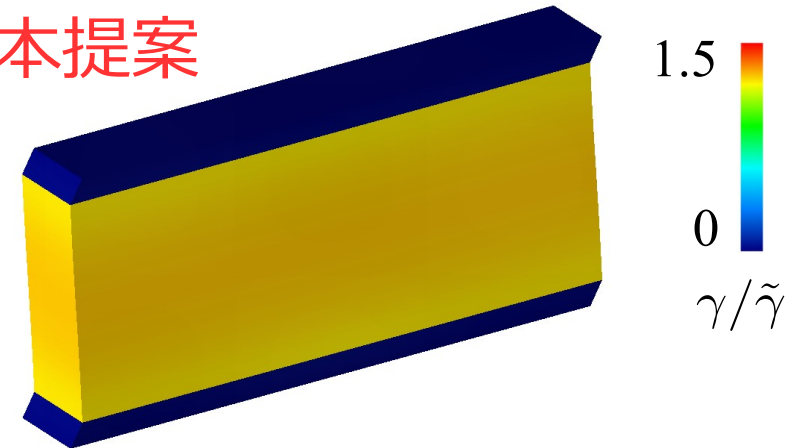
SOLID



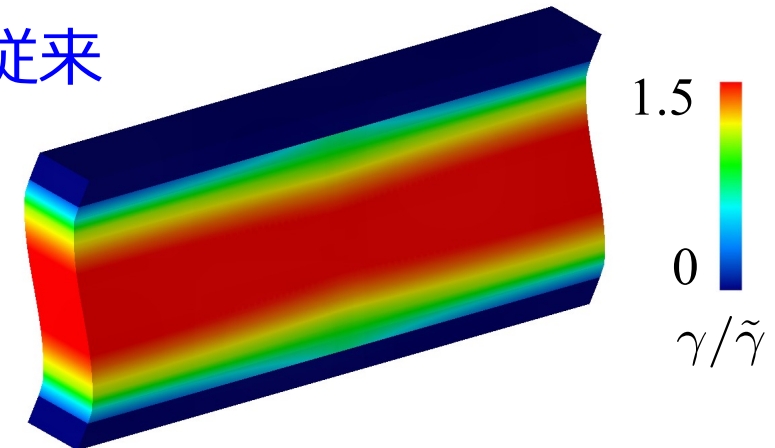
似てる！



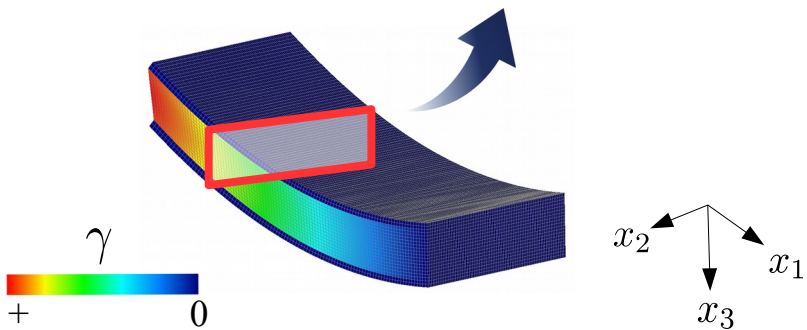
本提案



従来



コア材での
分布が違う

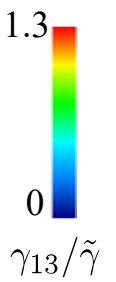
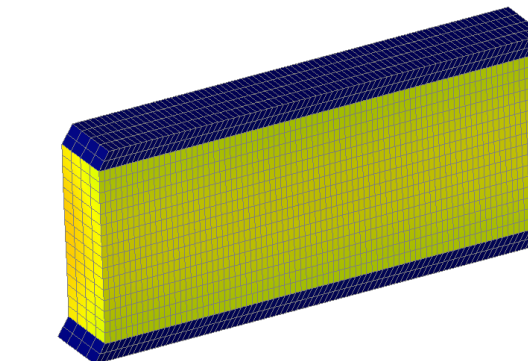
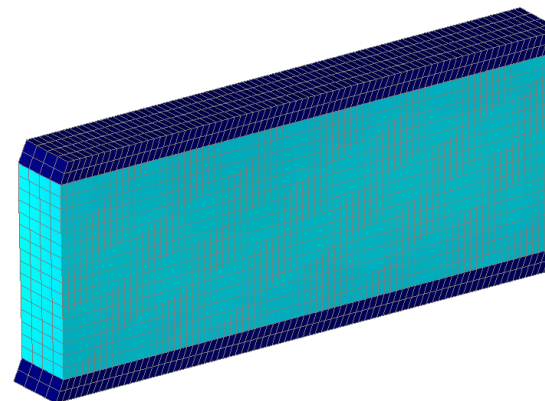
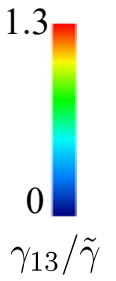
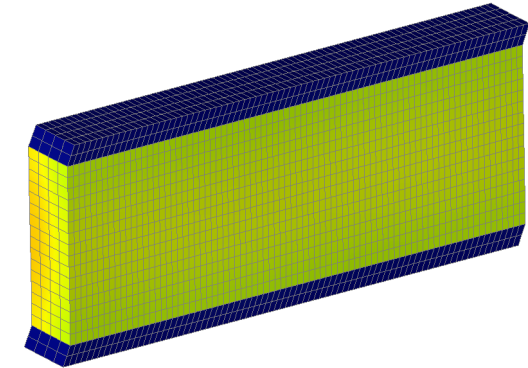
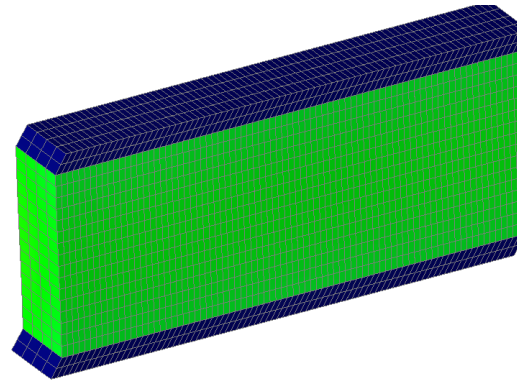
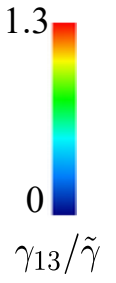
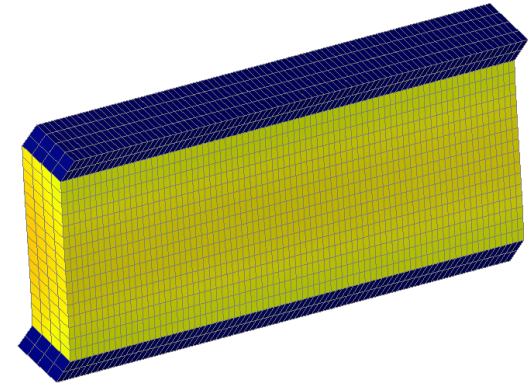
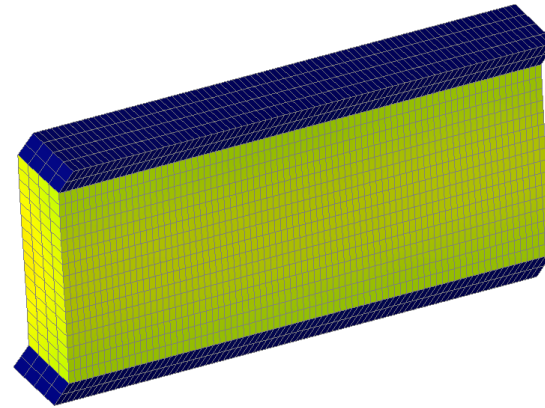
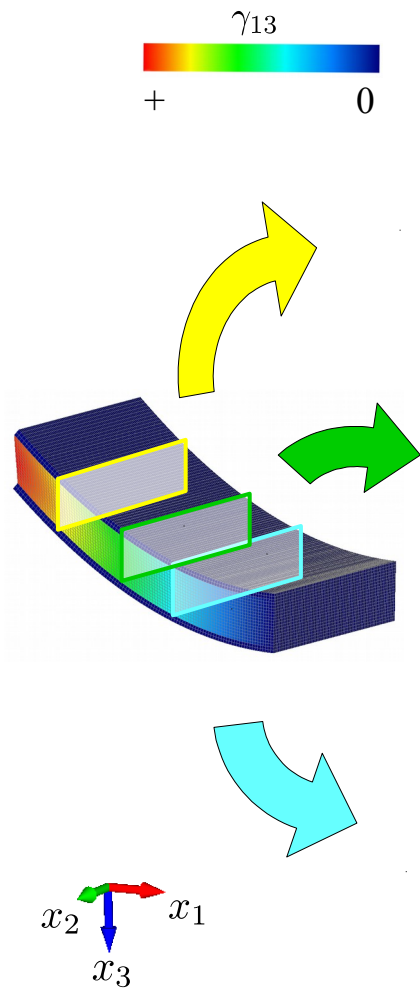


SOLIDのせん断ひずみの分布を再現できたことで
せん断剛性を高精度に評価できた

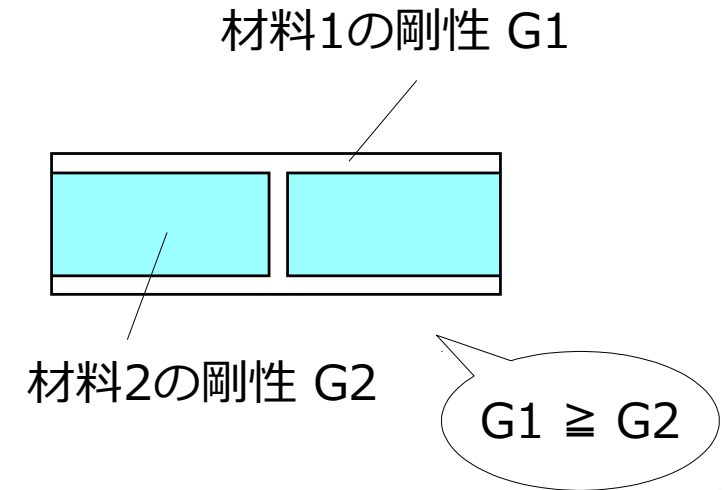
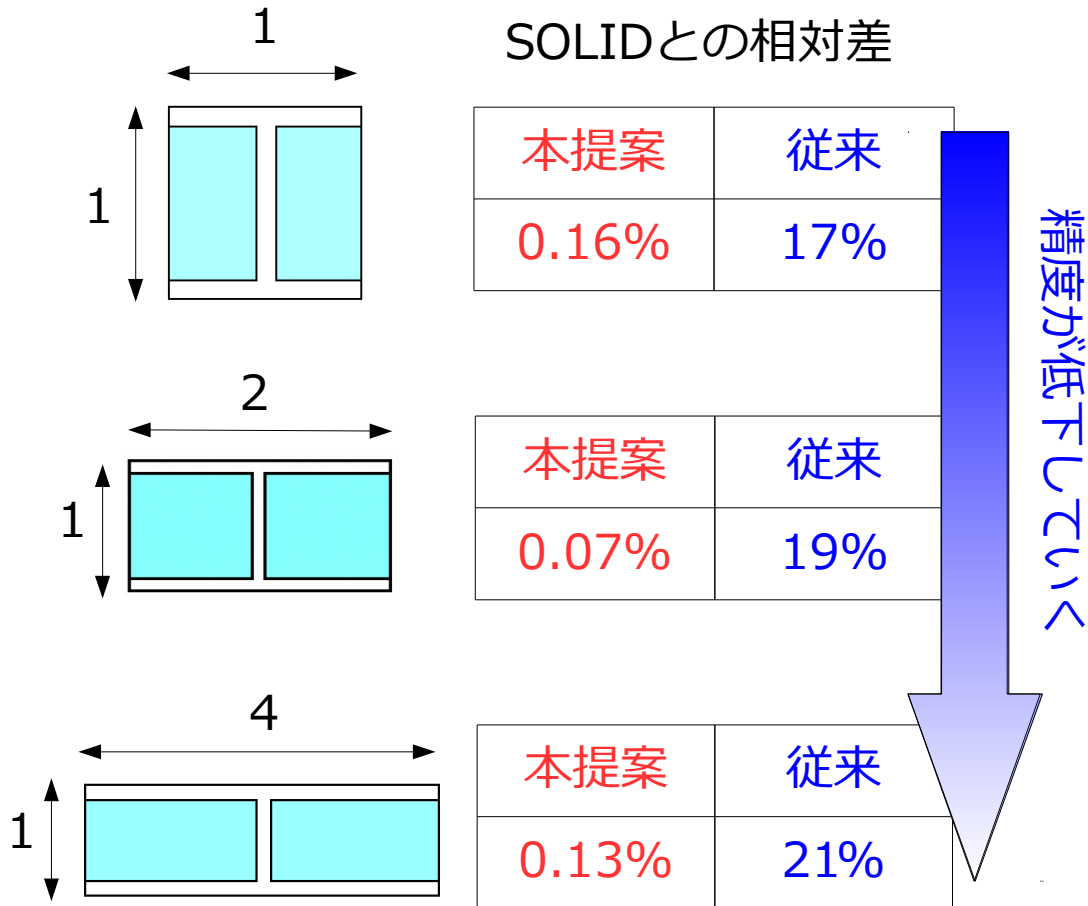
- ☑ 均質化梁理論を用いる方法で
サンドウィッチパネルのような**非均質断面**の梁の
せん断剛性を評価することができた
- ☑ 断面回転に材料の剛性を考慮することで
SOLIDとの相対差を**21%** ⇒ **0.13%**と大幅に改善でき
非常に高精度なせん断剛性の評価に成功した

SOLIDのせん断ひずみ

せん断ひずみを
平均せん断ひずみで正規化



ほかの断面による検証



SOLIDとの相対差

G2/G1	本提案	従来
10^{-3}	0.13%	21%
10^{-2}	0.10%	19%
10^{-1}	0.04%	16%
10^0	0.03%	0.03%

すべての断面で本提案のほうが精度は圧倒的に高い

剛体回転の拘束

$R = \int E (u_1 - \theta_2 x_3 - b_2)^2 dS$ を最小とするときの θ_2 を断面回転とすると,

$$\theta_2 = \frac{\int E u_1 x_3 dS - b_2 \int E x_3 dS}{\int E x_3^2 dS} \quad \text{となる.}$$

代表体積要素の断面の形状を x_1 軸方向に一定とし $\Rightarrow \int E x_3^2 dS = (EI) = \text{const}$

軸力がゼロとなる断面の中立軸に原点を定めると $\Rightarrow \int E x_3 dS = 0$

断面回転は $\theta_2 = \frac{1}{(EI)} \int E u_1 x_3 dS = 0$ と表される.

θ_2 を x_1 軸方向に代表体積要素の長さで積分すると $\frac{1}{r_1(EI)} \int E u_1 x_3 dV = 0$ となる.

曲げ剛性はゼロではないことから, 剛体回転の拘束式は

$$\int E u_1 x_3 dV = 0 \quad \text{と表される.}$$