

鋼コンクリート界面における接触を考慮した合成桁の数値的性能評価

Numerical Evaluation of Performance of Composite Beams Considering Contact Interface between Steel and Concrete

鍵 一彰*
Kazuaki YARI

*構造強度学研究室 (研究指導教員: 齊木 功准教授)

Combination of steel and concrete is inevitable for composite beams to deliver high performance. Contact interface between steel and concrete plays one of the most crucial roles for numerical performance evaluation of composite beams by nonlinear finite element analysis. However, difference in scale between composite beams and shear connectors makes the contact analysis of composite beams impossible because of the complexity of the numerical models required. In this paper, we develop a performance evaluation method for composite beams based on the homogenization method utilizing a representative volume element including shear connectors and contact interface.

Key Words: contact analysis, homogenization method, composite beam

1. はじめに

近年、様々な土木構造物に複合構造が用いられている。複合構造は、複数の異種材料を組み合わせることで単一材料では得られない優れた性能を引き出すことを可能としており、土木分野では鋼とコンクリートの組み合わせを用いることが一般的である。このような複合構造が優れた性能を発揮するためには、異種材料が一体化されていることが前提である。そのため、性能評価には異種材料界面の接触のモデル化が重要である。

鋼コンクリート合成桁では、頭付きスタッドのようなずれ止めにより鋼桁とコンクリート床版の機械的一体化を図っているが、ずれ止めとその界面での接触を含めた橋梁全体の数値解析は計算負荷の面から事実上不可能である。そこで、構造全体の解析に先立ちなんらかの平均物性評価が必要となる。現在最も多く用いられている手法は、押し抜き試験であるが要素試験では実構造物に対応する微視構造の応力状態を再現することが困難である。

一方、数学的均質化法は合成桁中のずれ止めのように、周期的に繰り返される微視構造の平均物性評価に優れている。そこで、本研究では、鋼コンクリート界面における接触を考慮したずれ止めを含む代表体積要素の力学特性から、合成桁の性能評価を行う方法を提案する。

2. 均質化 Timoshenko 梁のミクロスケール問題

本節では、文献¹⁾で述べられた「骨組み構造としてモデル化された微視構造に対する均質化法」を用いて、周期性を有する 3 次元梁の周期境界条件の定式化を行い、有限要素解析の具体的な実現を考える。

図-1 に示すように、大きさ ϵ の周期ベクトル r で表される 1 次元周期を有する梁の単位構造を代表体積要素とし、代表体積要素の領域 Ω を解析対象とする。ここでは、1 次元周期構造なので $r \cdot e_\alpha = 0$ ($\alpha = 2, 3$) としても一般性を失わないため、 $r = re_1$ とする。このとき、

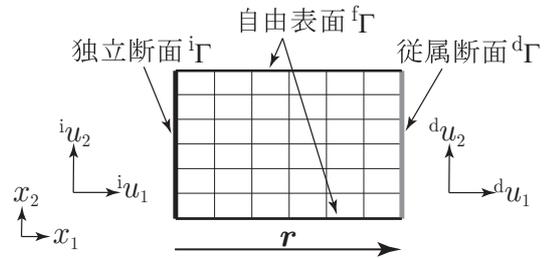


図-1 1次元周期構造の独立断面と従属断面および自由表面

境界 $\partial\Omega$ は

$$\partial\Omega = {}^i\Gamma \cup {}^d\Gamma \cup {}^f\Gamma \tag{1}$$

と分割される。 $y_1 = 0$ と $y_1 = r$ における断面は、周期性により一体となって変形するが、便宜的に $y_1 = 0$ の断面を独立な自由度を持つ独立断面とし ${}^i\Gamma$ で表し、もう一方の $y_1 = r$ の断面を ${}^d\Gamma$ に従属な自由度を持つ従属断面とし ${}^d\Gamma$ で表す。また、 ${}^f\Gamma$ は代表体積要素の自由表面を表すものとする。

(1) 相対変位と剛体回転の拘束

全曲率および全ねじり率をミクロスケールで積分することにより、実回転

$$\theta_r(y_1) = \nabla\theta y_1 + \theta^1 \tag{2}$$

および実ねじり角

$$\psi_r(y_1) = \nabla\psi y_1 + \psi^1 \tag{3}$$

を得る。ミクロスケールでの回転角 θ^1 およびねじり角 ψ^1 の周期性により、代表体積要素両端における相対実回転および相対実ねじり角は

$$\theta_r(y_1 + r) - \theta_r(y_1) = \nabla\theta r \tag{4}$$

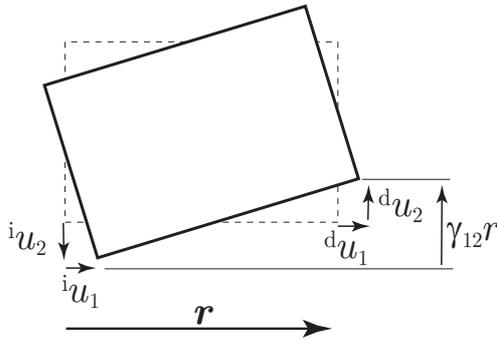


図-2 相対変位による剛体回転

$$\psi_r(y_1 + r) - \psi_r(y_1) = \nabla \psi r \quad (5)$$

となる．微小変形を仮定しているのて，相対実回転および相対実ねじり角も微小である．したがって，相対実回転に起因する相対実軸変位および相対実ねじり角に起因する相対実横変位は

$$u_r(y_1 + r, y_2, y_3) - u_r(y_1, y_2, y_3) = \{(\nabla \theta r) \times y^c\} \cdot e_1 \quad (6)$$

$$v_r(y_1 + r, y_2, y_3) - v_r(y_1, y_2, y_3) = (\nabla \psi r e_1) \times y^c \quad (7)$$

となる．ここに， y^c は断面内の図心軸を基準とした任意の点の座標であり， $y^c \cdot e_1 = 0$ である．

次に，全せん断ひずみ，全軸ひずみをミクロスケールで積分することにより，それぞれ実横変位，実軸変位

$$v_r(y_1) = \gamma y_1 + v^1 \quad (8)$$

$$u_r(y_1) = \nabla u y_1 + u^1 \quad (9)$$

を得る．ミクロスケールでの横変位 v^1 ，ねじり角 ψ^1 ，軸変位 u^1 の周期性により，代表体積要素両端における相対実横変位，相対実軸変位は

$$v_r(y_1 + r) - v_r(y_1) = \gamma r \quad (10)$$

$$u_r(y_1 + r) - u_r(y_1) = \nabla u r \quad (11)$$

となる．

実軸変位は曲げ変形と軸変形の両者によって生じるので，相対実軸変位は両者の寄与分を合計し

$$u_r(y_1 + r, y_2, y_3) - u_r(y_1, y_2, y_3) = \{(\nabla \theta r) \times y^c\} \cdot e_1 + \nabla u r \quad (12)$$

となる．同様に，実横変位はせん断変形とねじり変形の両者によって生じるので，相対実横変位は両者の寄与分を合計し

$$v_r(y_1 + r, y_2, y_3) - v_r(y_1, y_2, y_3) = (\nabla \psi r e_1) \times y^c + \gamma r \quad (13)$$

となる．

以上から，独立断面と従属断面の対応する任意の点において，式(12)，(13)で決定される相対変位を与えることがミクロスケール解析における周期境界条件と等価となる．

ただし，せん断に関する周期境界条件を含む相対実横変位(13)を与えるだけでは，図-2のように代表体積要素はせん断変形せずに剛体回転のみを呈する．そこで，代表体積要素の断面の剛体回転を拘束することを考える．代表体積要素の断面の剛体回転を，代表体積要素全断面の平均回転とすると，剛体回転の拘束は

$$g_\alpha := \frac{1}{r} \int_0^r \theta_\alpha^r(y_1) dy_1 = 0 \quad (\alpha = 2, 3) \quad (14)$$

と表すことができる．ここで， $\theta_\alpha^r(y_1)$ は y_1 における断面の x_α 軸まわりの実回転，すなわち $\theta_\alpha^r := \theta^r \cdot e_\alpha$ である．断面の回転 $\theta_\alpha^r(y_1)$ を断面上の変位から回帰される最小2乗近似直線の傾きと定義する．これより

$$R_3(y_1) := \int (u_1 + \theta_3^r y_2 - b_2)^2 dA \quad (15)$$

$$R_2(y_1) := \int (u_1 - \theta_2^r y_3 - b_3)^2 dA \quad (16)$$

を最小にする $\theta_\alpha^r(y_1)$ が断面の回転となる．上式の面積分は y_1 における断面の積分であり， b_α は断面の x_α 軸切片である． R_α が最小値をとる条件

$$\frac{\partial R_\alpha}{\partial \theta_\alpha^r} = 0 \quad (\text{総和規約は適用しない}) \quad (17)$$

より，断面の回転 θ_α^r は u_1 で表すことができ

$$\theta_3^r(y_1) = \frac{-\int y_2 u_1 dA + b_2 G_3}{I_{33}} \quad (18)$$

$$\theta_2^r(y_1) = \frac{\int y_3 u_1 dA - b_3 G_2}{I_{22}} \quad (19)$$

となる．ここで， G_α は x_α 軸に関する断面1次モーメント， $I_{\alpha\alpha}$ は x_α 軸に関する断面2次モーメントである． y_1 方向に断面が一定で断面の図心を y_2, y_3 の原点とすると，断面一次モーメントは

$$G_3 := \int y_2 dA = 0, \quad G_2 := \int y_3 dA = 0 \quad (20)$$

なので，断面の回転 θ_α^r は

$$\theta_3^r(y_1) = -\frac{\int y_2 u_1 dA}{I_{33}}, \quad \theta_2^r(y_1) = \frac{\int y_3 u_1 dA}{I_{22}} \quad (21)$$

と表される．したがって，式(21)を式(14)に代入すると，剛体回転の拘束は

$$\frac{1}{r} \int_0^r \theta_3^r dy_1 = -\frac{\int y_2 u_1 dV}{r \int I_{33} dy_1} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{1}{r} \int_0^r \theta_2^r dy_1 = \frac{\int y_3 u_1 dV}{r \int I_{22} dy_1} = 0 \quad (23)$$

となり、それぞれの分母はゼロでないことから、剛体回転の拘束条件式をあらためて

$$g_3 := \int y_2 u_1 dV = 0 \quad (24)$$

$$g_2 := \int y_3 u_1 dV = 0 \quad (25)$$

と表す。

(2) 離散化した周期境界条件と剛体回転の拘束

前節の相対変位は直接的に有限要素解析に課することが可能であるが、剛体回転の拘束はそのままでは有限要素解析に適用できない。本節では、3次元のアイソパラメトリック連続体要素を例に、相対変位に基づく周期境界条件および剛体回転の拘束を課するための具体的な方法について述べる。ここで、節点 n の座標を $x^n = x_i^n e_i$ 、変位を $u^n = u_i^n e_i$ とする。

曲げ変形、軸変形に対する相対変位 (12) を節点座標、節点変位を用いて表すと

$${}^d u_1^n - {}^i u_1^n = \{(\nabla \theta \times y^c) \cdot e_1 + \nabla u\} r \quad (26)$$

となる。ここで、対となる独立節点と従属節点の組の変位をそれぞれ ${}^i u_1^n$ 、 ${}^d u_1^n$ とする。左上の添え字 i, d が断面の位置、右上の添え字が節点番号、右下の添え字が方向をそれぞれ表すものとする。

せん断、ねじりに対する周期境界条件 (13) を節点座標、節点変位を用いて表すと

$$({}^d u_2^n - {}^i u_2^n) e_2 + ({}^d u_3^n - {}^i u_3^n) e_3 = (\nabla \psi e_1 \times y^c + \gamma) r \quad (27)$$

となる。次に、前節で導いた剛体回転の拘束条件 (24), (25) を節点座標と節点変位で表すことを考える。自然座標系を (ξ_1, ξ_2, ξ_3) とすると、ある要素における座標および変位は、形状関数 $N^n(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ を用いて

$$y_k = \sum N^n(\xi_1, \xi_2, \xi_3) y_k^n \quad (k = 2, 3) \quad (28)$$

$$u_1 \approx \sum N^n(\xi_1, \xi_2, \xi_3) u_1^n \quad (29)$$

と表される。剛体回転の拘束条件 (24), (25) の u_1 を含む項は節点変位 u_1^n により

$$\begin{aligned} & \int y_\alpha u_1 dV \\ & \approx \mathcal{A} \sum_m \sum_n \left\{ y_\alpha^m u_1^n \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N^m N^n \det \mathbf{J} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \right\} \end{aligned} \quad (30)$$

と表される。ここに、 \mathcal{A} はすべての有限要素に関する和、 \sum は各要素に属するすべての節点に関する和、 \mathbf{J} は変数変換 $(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \mapsto (y_1, y_2, y_3)$ の Jacobian であり、成分で表すと

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial y_1}{\partial \xi_2} & \frac{\partial y_1}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial y_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial y_2}{\partial \xi_2} & \frac{\partial y_2}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial y_3}{\partial \xi_1} & \frac{\partial y_3}{\partial \xi_2} & \frac{\partial y_3}{\partial \xi_3} \end{pmatrix} \quad (31)$$

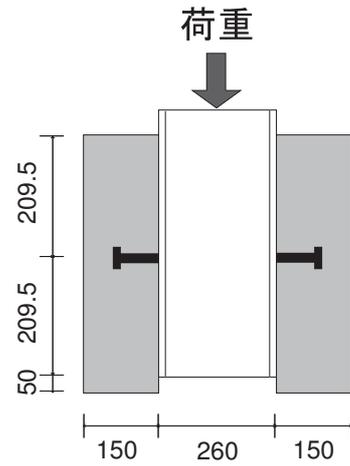


図-3 押し抜き試験体(単位: mm)

である。以上から、離散化された剛体回転の拘束条件 (24), (25) を節点変位 u_1^n の線形関数として

$$\bar{g}_\alpha = \sum w_\alpha^n u_1^n = 0 \quad (32)$$

と表すこととする。ここに、 w_α^n は

$$w_\alpha^n := \mathcal{A} \sum_m \left\{ y_\alpha^m \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N^m N^n \det \mathbf{J} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \right\} \quad (33)$$

で定義される式 (30) における u_1^n の係数である。

(3) NX NASTRAN による解析

前節で求めた周期境界条件を再現するために、本研究では、汎用有限要素構造解析ソフト NX NASTRAN の拘束条件式 (MPC) を用いた。独立節点と従属節点の相対変位を与えるために、さらに対となる仮想節点を用意し、この仮想節点に相対変位と等しい強制変位を与えることで周期境界条件を再現した。ここで ${}^{IM} u_1^n$ は、を仮想節点の変位とすると、拘束条件式は

$${}^d u_1^n - {}^i u_1^n - {}^{IM} u_1^n = 0 \quad (34)$$

と表される。

3. 押し抜き試験モデル

本研究で提案する手法との比較を行うために、一般的に広く行われている押し抜き試験の解析を行う。

(1) 解析対象

標準的な押し抜き試験として、図-3のような Lam らが行った押し抜き試験²⁾を解析対象とした。コンクリート床板には長さ 619mm、幅 469mm、厚さ 150mm を用い、鋼桁は高さ 260mm、フランジ幅 254mm、フランジ厚 14mm、ウェブ厚 10mm である。頭付きスタッドは直径 19mm、高さ 100mm のものが片側 1 本ずつ計 2 本、フランジに溶接されている。材料定数はスタッドと鋼桁のヤング率と両方とも同じ値を用い、200GPa とした。コンクリートの圧縮強度が 50N/mm²、弾性係数

が 23.5kN/mm^2 とした，また，すべての材料でポアソン比は 0.3 とした．なお，スタッドとコンクリート床板界面，また，コンクリート床板と鋼桁界面での摩擦係数は 0.5 とした．

有限要素モデルはすべて 8 節点双一次の 6 面体要素を用い，要素数 5072 ，節点数 6771 に分割した．載荷はウェブの端部に強制変位を 4mm を載荷した．

(2) 押し抜き試験による性能評価

本解析によると，ずれ変位は 2.6mm ，せん断荷重は 559kN であり，せん断剛性は 215kN/mm となった．ただし，ずれ変位はスタッド位置の鋼フランジとコンクリート床板裏側の節点の相対変位とし，スタッドに加わるせん断荷重は強制変位点での荷重とした．

押し抜き試験では，コンクリート底面を固定し鋼桁上部に変位を与え力学特性の評価を行っている．そのため，図-4 に示すように試験体上部の鋼コンクリート界面で接触しているが，試験体下部では鋼コンクリート界面に接触はないといったような回転モーメントが生じており，力学特性が正確に評価できない可能性がある．

4. 合成桁モデル

周期性を考慮した代表体積要素を合成桁モデルとし，力学特性の評価を行う．

(1) 解析対象

標準的な合成桁とし，断面寸法を図-5 に示す．スタッドは直径 13mm ，高さ 70mm のものを橋軸方向には 100mm 間隔で 8 本配置し，橋軸直角方向には 60mm 間隔で 2 本配置した．また，コンクリートの材料特性は，圧縮強度が 40N/mm^2 ，弾性係数が 23.5kN/mm^2 であり，鋼材の弾性係数は 200kN/mm^2 とした．また，すべての材料でポアソン比は 0.3 とした．なお，スタッドとコンクリート床板界面，また，コンクリート床板と鋼桁界面での摩擦係数は 0.5 とした．

要素はすべて 8 節点双一次の 6 面体要素を用い，要素数 912 ，節点数 1608 に分割し， x_1-x_2 面のせん断ひずみ $\tilde{\gamma}_{12} = 0.01$ を与え解析を行った．

(2) 合成桁モデルによる性能評価

本手法によれば，ずれ変位は 1.2mm ，合成桁に加わるせん断荷重は 601kN であり，せん断剛性は 501kN/mm であった．ただし，ずれ変位は押し抜き試験と同様に，スタッド位置の鋼フランジとコンクリート床板裏側の節点の相対変位としたが，せん断荷重は境界面に生じるせん断力から求めた．

この時の変形図と応力分布を図-6 に示す．本手法によれば境界面での不自然な拘束がなく，合成桁の純粋なせん断変形を再現していることがわかる．

5. まとめ

押し抜き試験では試験体の拘束により合成桁の力学特性を正確に評価できない可能性がある．そこで，本手法では代表体積要素の力学特性から合成桁の性能評価を行う方法を提案した．

参考文献

- 1) 齊木 功，大植 健，中島章典，寺田賢二郎：構造要素を用いたマイクロモデルによるマルチスケールモデリングとそのセル構造体への適用，日本計算工学会論文集，Vol.4，pp.139-144，2002．

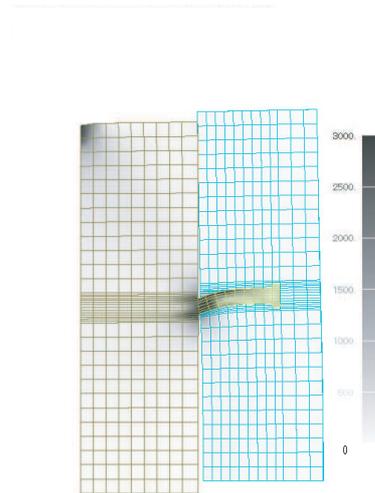


図-4 押し抜き試験の変形図と Mises 応力分布

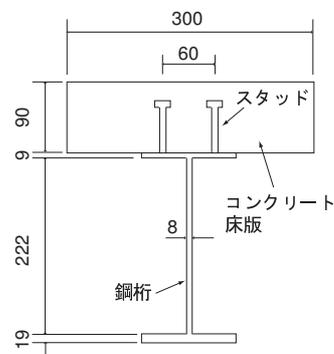


図-5 合成桁の断面図

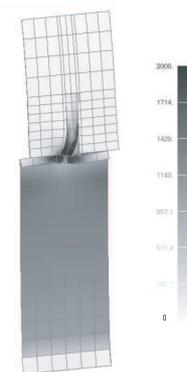


図-6 合成桁モデルの変形図と Mises 応力分布

- 2) Lam, D. and El-Lobody, E. : Behavior of headed stud shear connectors in composite beam , ASCE J. Struct. Engrg , Vol.131, pp.96-107, 2005.

(2013 年 2 月 6 日 提出)