

せん断変形を許容する非均質平板 の平均物性評価

瀬戸川 敦
構造強度学研究室

2012年2月22日

背景

- 橋梁の合成床版

スパンを長くできる，主桁を減らせる

ずれ止めを設けて鋼とコンクリートを一体化

- 構造物全体に対して微小かつ多数

全てを考慮して全体解析を行うのは非現実的

平均物性評価が必要



ずれ止め << 床版全体 (コンクリート打設前)

現状の問題

- 要素実験

合成床版はスタッドに作用する荷重を再現する事が難しい

- 代表体積要素を用いた数値的評価

断面の拘束によって応力やひずみが集中

周期境界条件を用いると回転

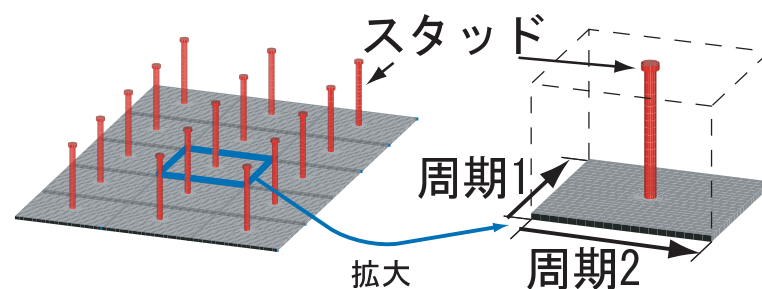
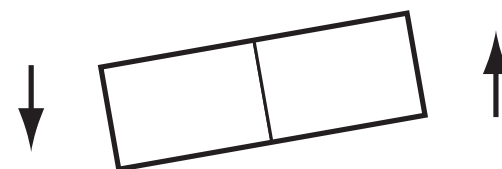
研究室の過去の研究から梁は解決

目的

2方向の周期性を有する

非均質平板の平均物性評価に

必要な周期境界条件の定式化



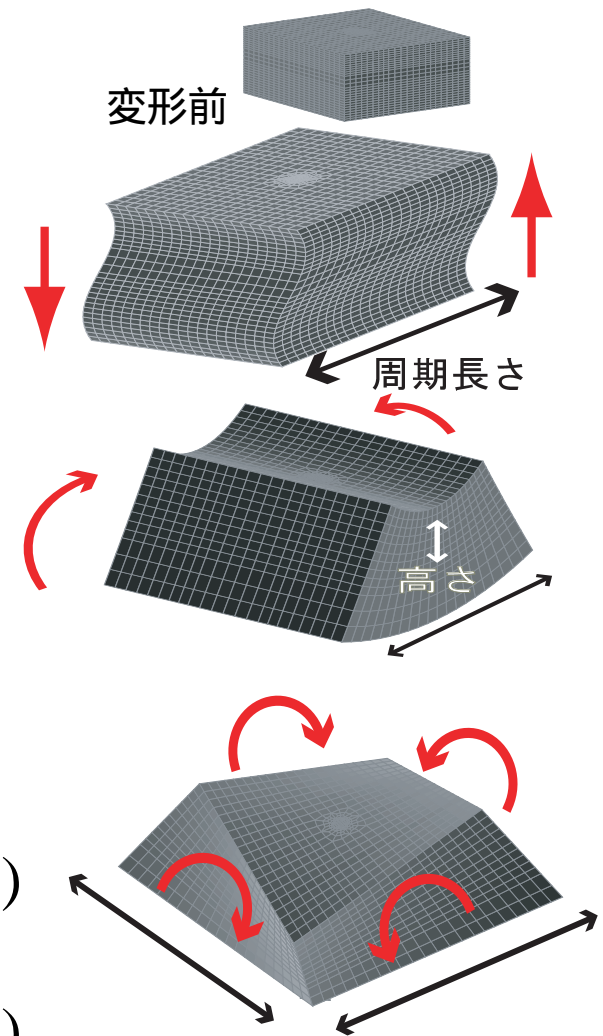
代表体積要素

代表体積要素の巨視的な変形

巨視的な変形を端面の相対変位で与える

- 面外せん断による面外の相対変位
= (せん断ひずみ) × (周期長さ)
- 曲げによる面内の相対変位
= (曲率) × (周期長さ) × (高さ)
- 面ねじりによる相対変位

$$= \begin{cases} \text{面内の相対変位} \\ \quad (\text{ねじり曲率}) \times (\text{周期長さ}) \times (\text{高さ}) \\ \text{面外の相対変位} \\ \quad (\text{ねじり曲率}) \times (\text{周期長さ}) \times (\text{位置}) \end{cases}$$



せん断変形時の剛体回転の拘束

- 変位境界条件

断面の横方向の変位を拘束

- 周期境界条件

板厚方向の変位のみでは剛体回転

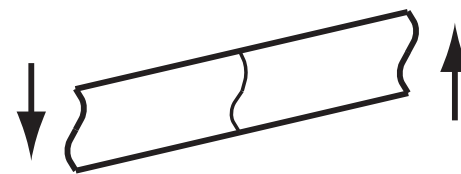
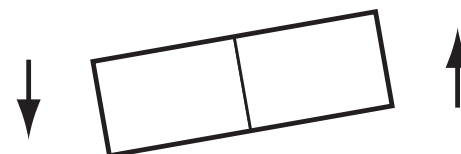
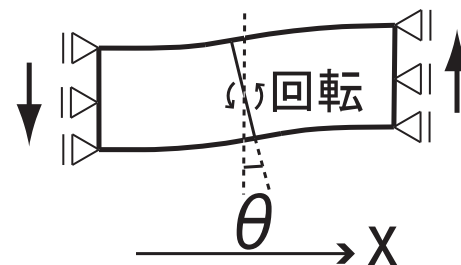


代表体積要素の平均回転を 0 に

$$\int \theta(x) dx = 0$$

離散化

$$\sum^N w^n u^n = 0 \quad \left(\begin{array}{l} N = \text{節点数}, w = \text{重み} \\ u = \text{変位} \end{array} \right)$$



有限要素法への反映

面 i と面 d は周期的につながる

剛性方程式に

定式化した

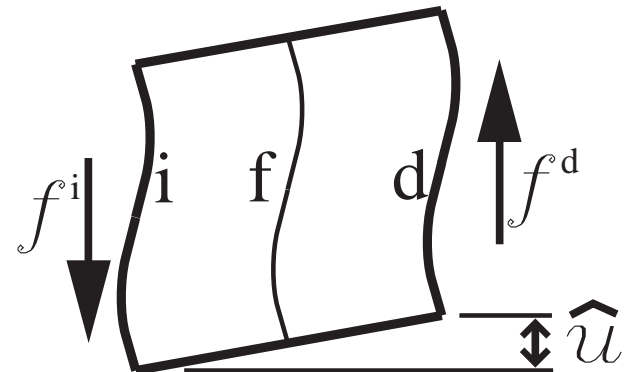
周期境界条件を考慮

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{if} & K_{id} \\ K_{fi} & K_{ff} & K_{fd} \\ K_{di} & K_{df} & K_{dd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^i \\ u^f \\ u^d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f^i \\ f^f \\ f^d \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K_{ii} + K_{di} & K_{if} + K_{df} & K_{id} + K_{dd} & w^i + w^d \\ K_{fi} & K_{ff} & K_{fd} & w^f \\ -I & 0 & I & 0 \\ w^i & w^f & w^d & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^i \\ u^f \\ u^d \\ \bar{M} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f^f \\ \hat{u} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- 回転の拘束 $(\sum w^n u^n = 0)$
- 両端での力の釣り合い $(f^d + f^i = 0)$
- 巨視的な変形による相対変位

$$(\hat{u} = u^d - u^i)$$



有限要素法への反映

面 i と面 d は周期的につながる

剛性方程式に

定式化した

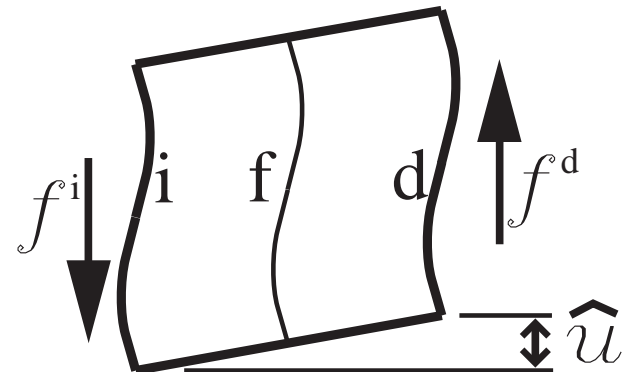
周期境界条件を考慮

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{if} & K_{id} \\ K_{fi} & K_{ff} & K_{fd} \\ K_{di} & K_{df} & K_{dd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^i \\ u^f \\ u^d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f^i \\ f^f \\ f^d \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K_{ii} + K_{di} & K_{if} + K_{df} & K_{id} + K_{dd} & w^i + w^d \\ K_{fi} & K_{ff} & K_{fd} & w^f \\ -I & 0 & I & 0 \\ w^i & w^f & w^d & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^i \\ u^f \\ u^d \\ \bar{M} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f^f \\ \hat{u} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- 回転の拘束 ($\sum w^n u^n = 0$)
- 両端での力の釣り合い ($f^d + f^i = 0$)
- 巨視的な変形による相対変位

$$(\hat{u} = u^d - u^i)$$



有限要素法への反映

面 i と面 d は周期的につながる

剛性方程式に

定式化した

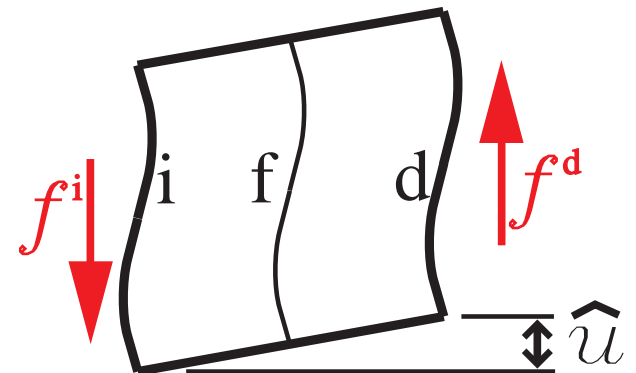
周期境界条件を考慮

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{if} & K_{id} \\ K_{fi} & K_{ff} & K_{fd} \\ K_{di} & K_{df} & K_{dd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^i \\ u^f \\ u^d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f^i \\ f^f \\ f^d \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K_{ii} + K_{di} & K_{if} + K_{df} & K_{id} + K_{dd} & w^i + w^d \\ K_{fi} & K_{ff} & K_{fd} & w^f \\ -I & 0 & I & 0 \\ w^i & w^f & w^d & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^i \\ u^f \\ u^d \\ \bar{M} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f^f \\ \hat{u} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- 回転の拘束 $(\sum w^n u^n = 0)$
- 両端での力の釣り合い $(f^d + f^i = 0)$
- 巨視的な変形による相対変位

$$(\hat{u} = u^d - u^i)$$



有限要素法への反映

面 i と面 d は周期的につながる

剛性方程式に

定式化した

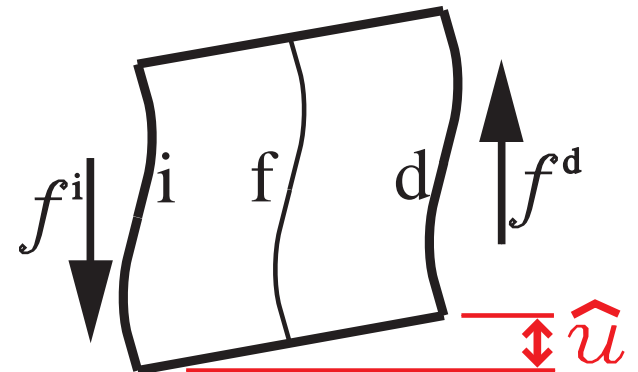
周期境界条件を考慮

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{if} & K_{id} \\ K_{fi} & K_{ff} & K_{fd} \\ K_{di} & K_{df} & K_{dd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^i \\ u^f \\ u^d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f^i \\ f^f \\ f^d \end{Bmatrix}$$

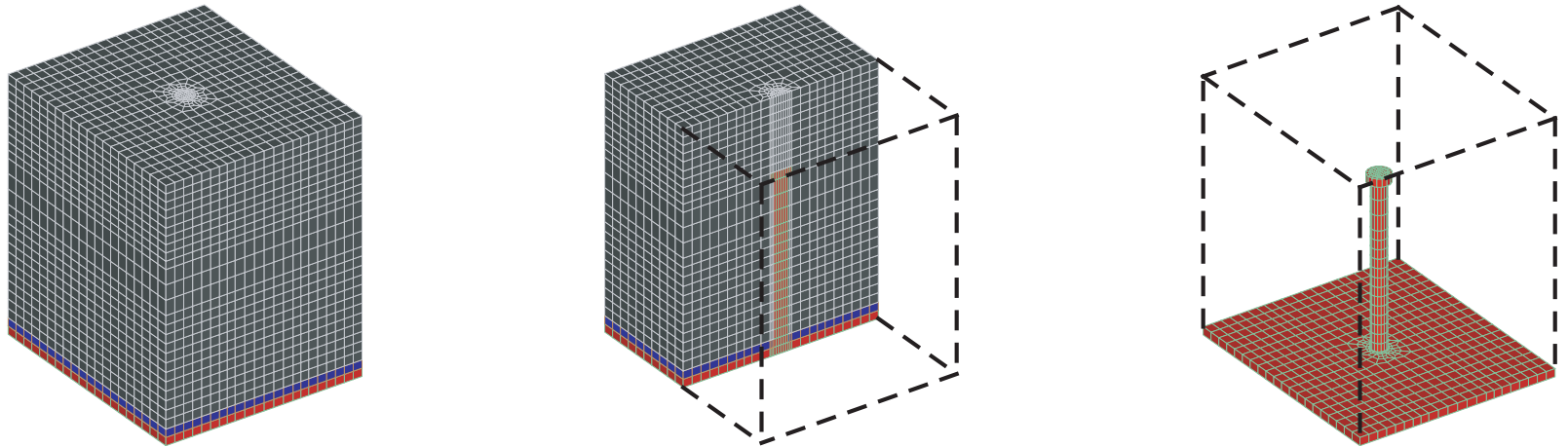
$$\begin{bmatrix} K_{ii} + K_{di} & K_{if} + K_{df} & K_{id} + K_{dd} & w^i + w^d \\ K_{fi} & K_{ff} & K_{fd} & w^f \\ -I & 0 & I & 0 \\ w^i & w^f & w^d & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^i \\ u^f \\ u^d \\ \bar{M} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f^f \\ \hat{u} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- 回転の拘束 ($\sum w^n u^n = 0$)
- 両端での力の釣り合い ($f^d + f^i = 0$)
- 巨視的な変形による相対変位

$$(\hat{u} = u^d - u^i)$$

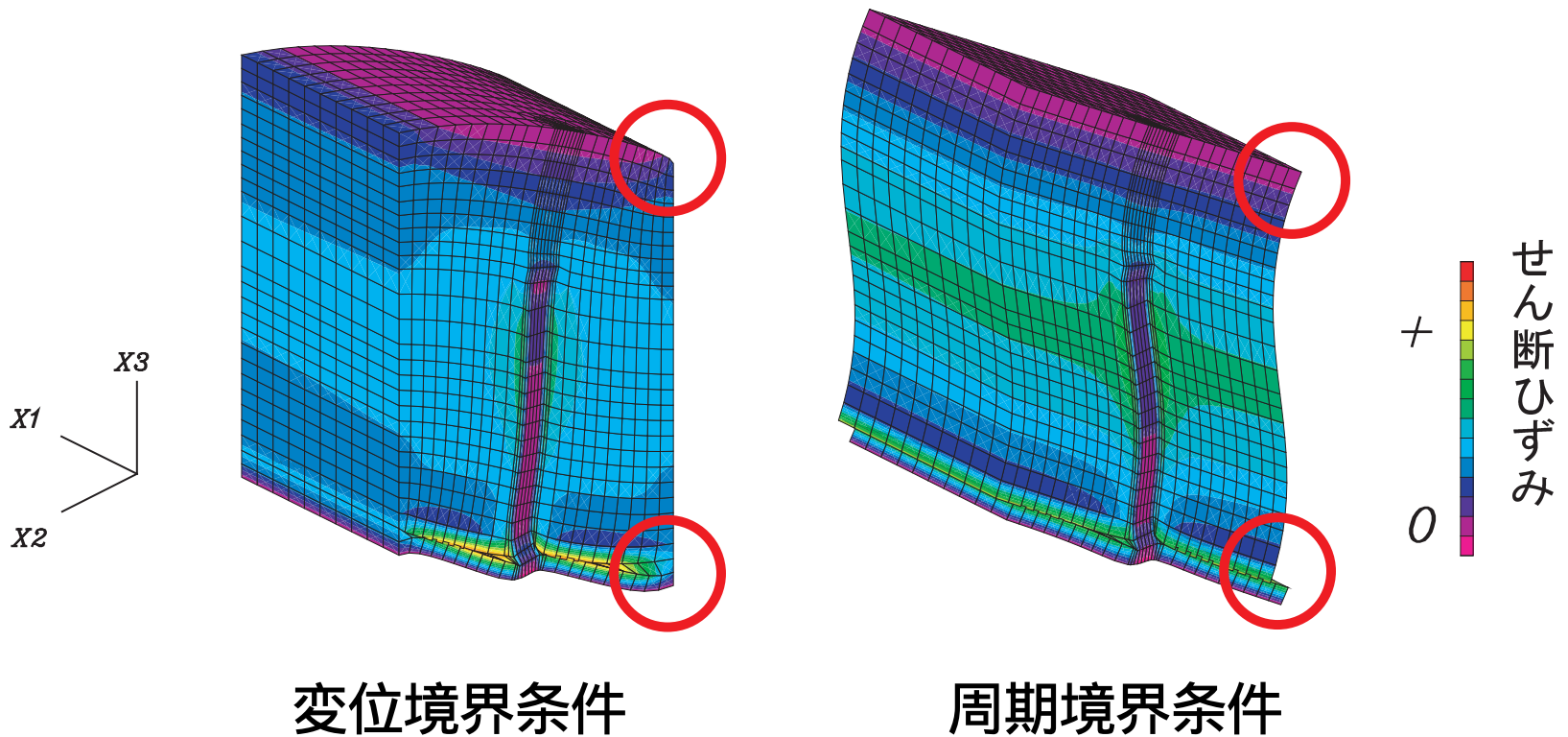


合成床版の代表体積要素



- **スタッド**を有する合成床版
- 線形解析
- **薄い弱層**で鋼板とコンクリートの間はずれを擬似的に再現

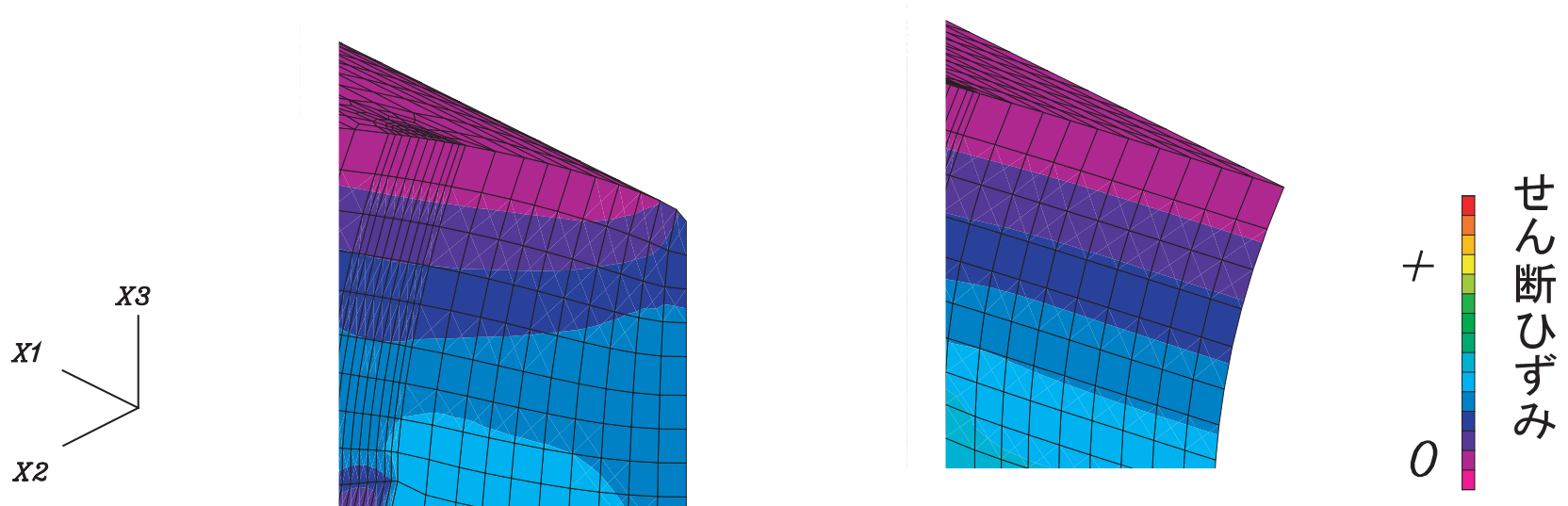
合成床版の面外せん断変形



周期境界条件では

- 端部へのひずみの集中が解消できた
- 鋼板とコンクリートの間のずれを再現できた

合成床版の面外せん断変形



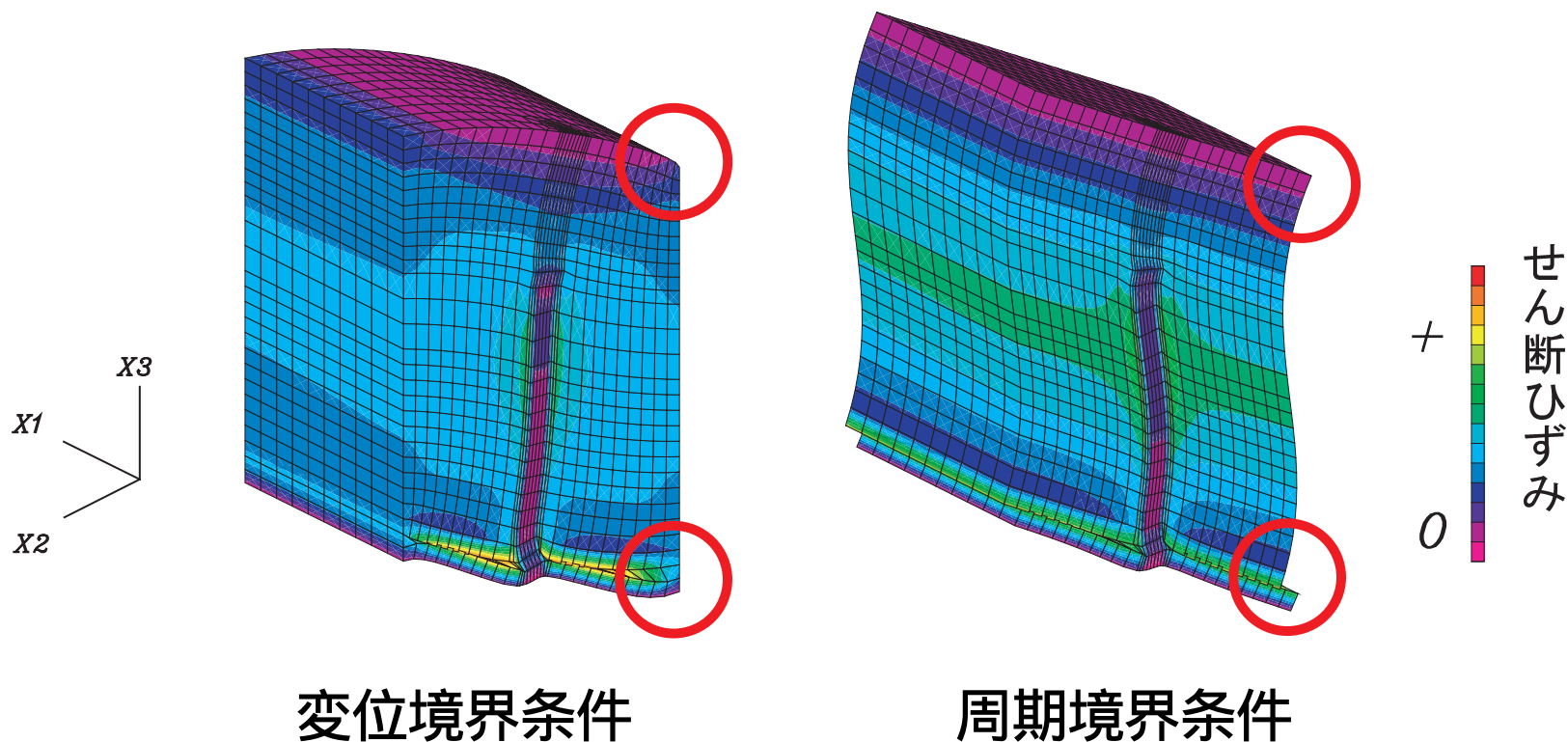
変位境界条件

周期境界条件

周期境界条件では

- 端部へのひずみの集中が解消できた
- 鋼板とコンクリート間のずれを再現できた

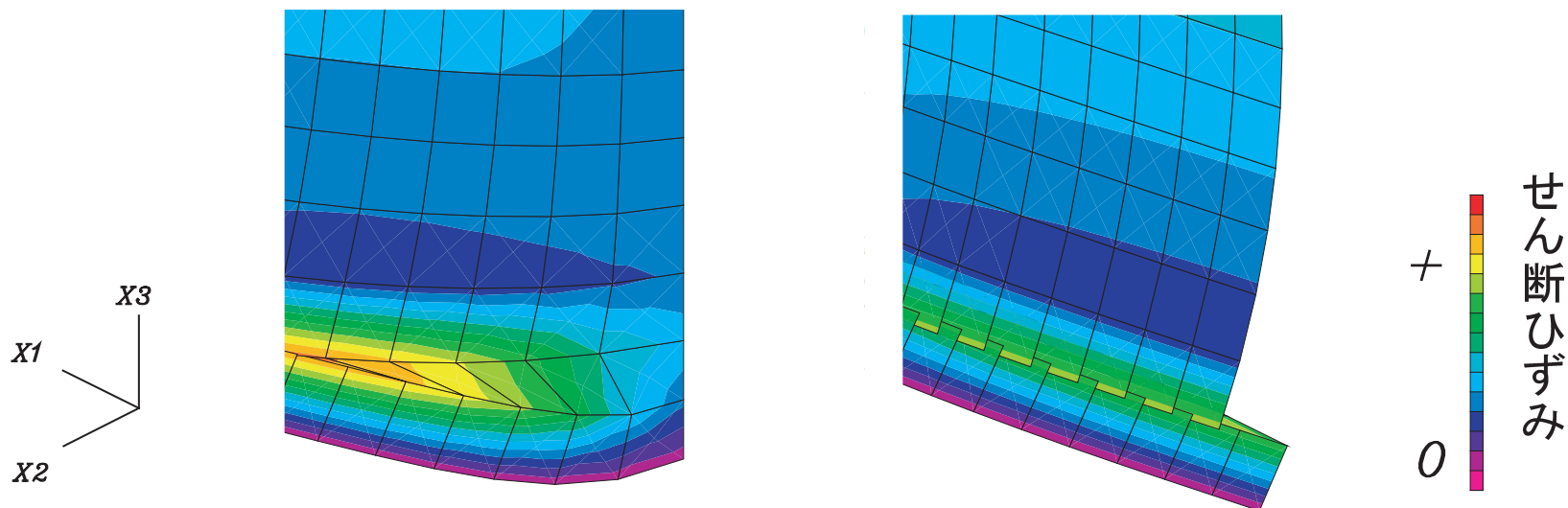
合成床版の面外せん断変形



周期境界条件では

- 端部へのひずみの集中が解消できた
- 鋼板とコンクリートの間はずれを再現できた

合成床版の面外せん断変形



変位境界条件

周期境界条件

周期境界条件では

- 端部へのひずみの集中が解消できた
- 鋼板とコンクリート間のずれを再現できた

まとめ

- 巨視的な変形を受ける非均質な平板の変形を適切に再現することができた。
- 変位境界条件では再現できないずれが再現できた。
- 適切な周期境界条件を定式化できた。
- 本研究の成果により，非均質平板の平均物性評価が可能となる。