# ハイブリッド複合材料のはく離を考慮した設計ツールの開発

Development of a designing tool of hybrid composite materials with debonding effect

#### 片野俊一\*

Shunichi KATANO

#### \*構造強度学学研究室(指導教員:岩熊哲夫教授)

Composite materials are known as a functional material with various advantages such as light weight and high toughness. On the other hand, interfacial debonding between the inclusion and the matrix becomes an important problem in their initial stage of fracture of composite materials. We propose a finite element which can model a micro scopic system and include an approximate model of interfacial debonding, in order to use such an element for design of composite materials. In addition, the progressive debonding phenomenon is simulated by fluctuation of the debonding stress. Several numerical examples and comparisons with experimental data show the characteristics and feasibility of this model.

Key Words : composites, hybrid, interfacial debonding, Mori-Tanaka theory

# 1. まえがき

複合材料は適切な比率で材料を配合することによって 各素材の長所を同時に発揮できる高機能材料として知ら れており,最近では複数の種類の介在物で補強したり積 層化したハイブリッド複合材料の開発も行われている. 一方,異種材料を組み合わせることで材料間に界面剥離 が生じるという問題点もあり,界面剥離の発生と進展を 追うことは非常に意義がある.

材料設計時に使用することを念頭に置けば,できるだけ解析的な手法が望ましい.このような手法の例として,Zhao and Weng<sup>1)</sup>は代表的な平均化手法である森・田中理論に仮想介在物理論を組み合わせることで剥離による損傷を表現している.さらに文献<sup>2)</sup>では,この手法を3次元有限要素に定式化し,明確な界面剥離の発生条件の定義と剥離後の応力再配分を行うことで剥離の発生と進展をよく表現できている.しかし,剥離応力を確定論的に仮定しているため,介在物形状によっては実現象を再現できていない点もある.

そこで本研究では, 剥離応力が Weibull 分布に従って 変動すると考え, 文献<sup>2)</sup>の手法に組み込み, 回転楕円体 介在物の形状・向きに関わらず進行性剥離が表現可能 なモデルを提案する.このモデルを用いて2相・ハイブ リッド複合材料における材料特性や剥離基準の違いによ るマクロ挙動の変化を比較し,本手法の有用性を示す.

#### 2. 界面剥離モデルと剥離基準

(1) 仮想ファイバーの直交異方弾性係数

Zhao and Weng<sup>1)</sup>による界面剥離モデルでは,ある方向に界面剥離が生じた場合,その方向には応力を伝達し

ない仮想的な介在物が完全付着している状態と等価と 考えている.ローカル直交座標系  $(x_1, x_2, x_3)$  において  $x_1$ 方向に剥離した場合を例に考える.剥離前の介在物の弾 性テンソル,応力,ひずみテンソルをそれぞれ $C_i, \sigma_i, \varepsilon_i$ とすると,応力ひずみ関係は次のようになる.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{223} \\ \varepsilon_{231} \\ \varepsilon_{212} \end{pmatrix} (1)$$

ここで, x<sub>1</sub>方向への界面剥離を考慮するには,介在物 がその方向の応力を伝達しないという

$$\sigma_{11} = \sigma_{31} = \sigma_{12} = 0 \tag{2}$$

の条件を満足するように式(1)を展開すればよい.最終的に, x<sub>1</sub>方向に応力を伝達しない仮想介在物の応力ひずみ関係は以下のようになる.

$$\begin{cases} \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \end{cases} = \begin{bmatrix} -\begin{pmatrix} C_{12} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{45} & C_{46} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{15} & C_{16} \\ C_{15} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{56} & C_{66} \end{pmatrix}^{-1} \\ \begin{pmatrix} C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{25} & C_{35} & C_{45} \\ C_{26} & C_{36} & C_{46} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{23} & C_{33} & C_{34} \\ C_{24} & C_{34} & C_{44} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{223} \end{cases}$$
(3)

この応力ひずみ関係を

$$\boldsymbol{\sigma}_i = \boldsymbol{C}_i^d \boldsymbol{\varepsilon}_i \tag{4}$$

とおけば,これが仮想的に界面剥離を表現した場合の応力ひずみ関係であり, $C_i^d$ が仮想ファイバーの弾性テンソルである.

#### (2) 剥離基準の設定

本研究では森・田中理論を用いて平均場を扱っている ため,介在物内部の応力は一様と考えている.したがっ て,森・田中理論における介在物内部の最大引張主応力 が剥離応力  $\sigma^d$  に達したときに,その主応力方向と直交 する界面に剥離が発生すると考える.なお,剥離は引張 応力のみで発生し,圧縮応力では発生しないとする.

ここで界面剥離は介在物の最大引張主応力が剥離応力 に達したときに発生すると確定論的に仮定しているが, 実際には場所や材料によって剥離応力にばらつきが生 じると考えられる.そこで本研究では,各有限要素ごと に剥離応力がWeibull分布関数に従ってランダムに与え られるモデルを対象とする.なお,Weibull分布のパラ メータには平均剥離応力  $\sigma^d$  と変動係数  $c_v$  を用いる.

## 3. 平均化と有限要素法への適用

#### (1) N 相複合材料の弾塑性構成関係

本研究では,森・田中理論<sup>3)</sup>を無限体である仮想的な 母材(実際には体積が無い)中にN - 1種類の介在物が 含まれるN相複合材料に拡張し,さらに増分型 $J_2$ 流れ 則を組み込んだ弾塑性構成モデルを用いる.ここでは簡 単のため,実際の母材を含み介在物として扱う材料のみ が降伏する場合を考え,最終的に体積が零になる仮想母 材は等方弾性体であるとする.このとき,マクロ応力増 分 $\hat{\sigma}$ ,母材の応力増分 $\langle \hat{\sigma} \rangle_{\rm M}$ ,介在物の応力増分 $\langle \hat{\sigma} \rangle_i$ は 次のようになる.

$$\dot{\bar{\sigma}} = \bar{C}\dot{\bar{\varepsilon}} - \sum_{k=1}^{N-1} A_k \langle \dot{\varepsilon}^p \rangle_k \tag{5a}$$

$$\langle \dot{\boldsymbol{\sigma}} \rangle_{\mathrm{M}} = \boldsymbol{B}_{\mathrm{M}} \dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}} - \sum_{k=1}^{N-1} \boldsymbol{E}_k \langle \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \rangle_k$$
 (5b)

$$\langle \dot{\sigma} \rangle_i = \boldsymbol{B}_i \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \boldsymbol{F}_i \langle \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \rangle_i - \boldsymbol{G}_i \sum_{k=1}^{N-1} \boldsymbol{E}_k \langle \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \rangle_k$$
 (5c)

ここで, $\bar{C}$ , $A_i$ , $B_M$ , $B_i$ , $E_i$ , $F_i$ , $G_i$  は各相の材料定数と 体積比率,介在物形状およびその方向によって決まる4 階の定数テンソルであるが,その具体的な定義は省略す る. $\bar{C}$  は複合材料全体の平均弾性係数テンソルを表す. 界面剥離が発生した場合は,介在物の弾性テンソル $C_i$ を仮想ファイバーの弾性テンソル $C_i^d$  に置き換えること によって界面剥離を表現する.

また本研究では,仮想母材の体積比率を零にし,その 仮想母材の剛性を適切に選択することで精度の良い予測 が可能な仮想母材理論<sup>4)</sup>を用いる.以降の解析では,こ の仮想母材剛性を self-consistent 法に基づいて設定して 解析を行う.



#### (2) 有限要素法の定式化と応力再配分

本研究では複合材料の構成関係を有限要素法の要素接 線剛性に用いることによって,複合材料を用いた構造の 境界値問題の解法にする.一般的な有限要素法における 材料構成則を変更するだけなので,要素を作成するにあ たっての特別な配慮は必要ない.要素は8節点アイソパ ラメトリック6面体要素を,非線形解析に対応させるた め増分型に改良したものを用いる.その場合,要素 eの 増分型要素接線剛性方程式は次のように書ける.

$$\boldsymbol{K}_{e}\dot{\boldsymbol{U}}_{e}=\dot{\boldsymbol{F}}_{e} \tag{6}$$

 $\dot{U}_e$ は節点変位ベクトル増分, $F_e$ は節点荷重ベクトル増分である.また, $K_e$ は要素接線剛性行列で

$$\boldsymbol{K}_{e} = \int_{\Omega_{e}} (\partial N_{e})^{T} \bar{\boldsymbol{C}} (\partial N_{e}) \,\mathrm{d}\boldsymbol{V}$$
(7)

の形を持つ. $N_e$ は形状関数, $\partial$ は適切な微分演算子からなる行列である.

界面剥離が発生すると応力の伝達能力が失われ,開放 された介在物の応力が周囲の材料に再配分される.そ こで,剥離が生じたら介在物の弾性定数を  $C_i^d$  に置き換 え,介在物内部の応力およびマクロ応力を再評価し,内 力と外力が釣り合っているかを調べ,不釣合力 R が生 じた場合は Newton-Raphson 法を用いて内力と外力が釣 り合うまで繰り返し計算を行うことで応力の再配分を行 う.

## 4. 一軸引張解析結果

(1) 各材料パラメータが及ぼす剥離挙動への影響

まず,本手法の特性と適用性を確認するために,各材 料パラメータを変化させて比較を行い,それらの影響に よる剥離の発生・進展の特性を調べる.図–1で示す柱を 2500要素に分割し,右端に強制変位 *u* = 0.01 m を 400 ステップに分けて等分布強制変位増分量として与えた一 軸引張解析を対象とする.

5456Al を SiC で補強した SiC/5456Al 複合材料を例 として用いる.5456Al はヤング率  $E_1 = 73$  GPa, ポア ソン比  $v_1 = 0.33$ ,降伏応力  $\sigma_1^v = 230$  MPa,硬化パラ



メータ $h_1 = 68$  MPa ,  $n_1 = 0.135$  とする . また , SiC は ヤング率  $E_2 = 485$  GPa , ポアソン比  $v_2 = 0.20$  , 体積比 率  $f_2 = 20\%$  とし , 弾性体と仮定する .

剥離基準となる剥離応力や変動係数については,本来 ならば対象材料ごとの実験値を用いるのが妥当ではある が,我々の調査した範囲ではその値をまだ見出すことが できなかった.そこで,いくつかの剥離応力や変動係数 を任意に設定し,界面剥離の進展と剥離による強度変化 を検討していく.

a) 介在物の向きによる影響

半径比3:1:1の回転楕円体介在物の長軸が全て引張 方向に整列している場合と要素ごとにランダムに向いて いる場合を考え,介在物の向きによる影響を調べる.こ こではまず剥離応力のばらつきは無く $c_v = 0$ とする. 図-2に,剥離無し, $\sigma^d = 600$  MPa, $\sigma^d = 1000$  MPa の 3つの場合についてのマクロ応力ひずみ曲線を示した. 介在物の長軸を引張方向に整列したため,当然剥離前は 整列している場合の方がランダムの場合より剛性が高く なる.一方剥離が発生すると,介在物が整列している場 合はあるステップで全要素で同時に剥離が発生し応力が 急激に低下するのに対し,介在物がランダムに向いてい る場合は剥離が徐々に発生し,ほぼ同じ応力レベルを維 持しながら変形が進んでいく.そのため,剥離前の弾性 剛性は整列したものより小さくなるものの,ランダムに 向いている方が残留強度は高くなる.

また,図-3に介在物がランダムに向いている場合の各 変位制御段階での弾塑性・剥離状態図を示す.変位が小 さい段階では剥離がまばらに発生しているが,変位が大 きくなるにつれて剥離が多く発生していた左端側で集中 的に剥離が生じ,徐々に剥離範囲が拡大していくことが 確認できる.これより,弱くなった箇所から連鎖的に剥 離が進展し,全体系の剛性低下を引き起こす破壊メカニ ズムを再現することができた.

**b**) 剥離応力の変動係数 *c*<sub>v</sub> による影響

次に,剥離応力が要素毎にWeibull分布に基づいて変動する場合の影響を調べる.介在物形状を球形とし,異







なる変動係数 $c_v$ でのマクロ応力ひずみ曲線を図-4に示 す.平均剥離応力は $\sigma^d = 600$  MPa と 1000 MPa の 2 つ を考え,変動係数が $c_v = 0, 0.1, 0.2$  の 3 種類の場合の結 果を示している.剥離応力の変動が無い場合は全要素で 一度に剥離が発生するが,ばらつきを考慮すると要素毎 に剥離応力がランダムに決まるため,徐々に剥離が発生 していることがわかる.また, $c_v$ が小さいと剥離応力 の変動が少ないため, $c_v = 0.1$ の場合は剥離の初期段階 で大きく応力が低下するが, $c_v = 0.2$ の場合はこのよう な大きな応力低下は確認できず,ゆっくりと剥離が生じ ていく.

#### (2) 2相複合材料に対する一軸引張試験との比較

ー軸引張試験における本提案モデルの有用性を示す ために,一方向に整列したボロンファイバーで 2024Al を補強したボロン/2024Al 複合材料の一軸引張試験<sup>5)</sup>と の比較を行う.2024Al の材料定数は $E_1 = 55.85$  GPa,  $v_1 = 0.32$ ,  $\sigma_1^y = 79.29$  MPa,  $h_1 = 68$  MPa,  $n_1 = 0.135$ とする.ボロンの材料定数は $E_2 = 379.23$  GPa,  $v_2 = 0.20$ ,体積比率  $f_2 = 34\%$  とする.ボロンファイバー は引張方向と直交するように配置されており,半径比を 1:1:30 とする.平均剥離応力を $\sigma^d = 600$  MPa と設定 し,変動係数を $c_y = 0.1 \ge c_y = 0.3$  の2種類を考える. 図-5 に実験結果と解析結果との比較を示した.これを見



ると,  $c_v = 0.1$ の場合は剥離応力のばらつきが小さいため,初期剥離後のマクロ応力の変動が大きくなっている. 一方,  $c_v = 0.3$ の場合は剥離応力のばらつきが大きくなり,徐々に剥離が発生することで,マクロ応力の大きな変動は無く滑らかな曲線となる. 2つの曲線は剥離の初期段階のこそ異なるものの,その後はどちらも一定のマクロ応力を維持しながら変形が進んでおり,実験値を良く再現できていることがわかる.

#### (3) ハイブリッド複合材料の一軸引張問題

ハイブリッド複合材料は構成材料の種類が増えること で材料特性とコスト面の検討がしやすく,材料設計時の 自由度が大きくなる.本手法では多相複合材料の力学挙 動を介在物の剥離も含めてシミュレーションできる.そ こで,不飽和ポリエステルをガラスファイバー(GF) とカーボンファイバー(CF)の2種類の繊維状介在物 で補強した層内ハイブリッド複合材料を対象とし,-軸引張解析を行いハイブリッド化による影響を調べる. 不飽和ポリエステル, GF, CFのヤング率はそれぞれ  $E_1 = 4 \text{ GPa}$ ,  $E_2 = 74 \text{ GPa}$ ,  $E_3 = 235 \text{ GPa}$ ,  $\# \mathcal{T} \mathcal{Y}$ ン比はすべて 0.3 と仮定し, 簡単のためすべて弾性体と する.GF・CF共に半径比3:1:1の回転楕円体介在物 がランダムに向いているとし,体積比率を f2 = 40%, f<sub>3</sub> = 17% とする,GFとCFの平均剥離応力をそれぞ れ $\bar{\sigma}_2^d$  = 1800 MPa,  $\bar{\sigma}_3^d$  = 2500 MPa とし, 剥離応力の 変動係数はどちらも  $c_v = 0.3$  とした場合のマクロ応力ひ ずみ曲線の解析結果を図-6に示す.

母材の剛性が介在物の剛性に比べて著しく小さいた め、単繊維複合材料である CFRP や GFRP では剥離が 発生すると全体に剥離が急激に進展し、剛性が大きく低 下する.それに対しハイブリッド複合材料では、一つの 介在物で剥離が発生しても他の介在物が補強材となり剛 性を補うことができるため、単繊維複合材料に比べ高い 靭性を示す.以上より、本手法を用いることで試験体の 製作前にその力学的挙動と材料パラメータや繊維の配置 についての検討が可能になる.

#### 5. まとめ

解析的な平均化手法である森・田中理論に仮想母材を 適用した改良版森・田中理論と,仮想介在物を用いた界 面剥離モデルとを組み合わせ,剥離応力のばらつきを考 慮した新たな剥離基準を設定することで,3次元的な界 面剥離の発生とその進行を予測する手法を提案した.そ の結果,以下の知見を得た.

- 剥離応力のばらつきを考慮することで,全要素で同時に剥離していた球形介在物や楕円体介在物が軸方向に整列した場合の進行性剥離現象を表現できた.
- 実際に剥離が観察されたとする2相複合材料に対する一軸引張試験との比較の結果,定性的・定量的にマクロ挙動を追跡できることを示した。
- ハイブリッド化による効果を本モデルで予測できる ことから,本手法の有用性を示すことができた.

#### 参考文献

- Zhao, Y.H. and Weng, G.J.: Transversely isotropic moduli of two partitially debonded composites, *Int. J. Solids Structures*, Vol.34, pp.493–507, 1997.
- グエン デュイ シン, 斉木功, 岩熊哲夫: 解析的平均化手 法に界面剥離を組み込んだ複合材料要素, 応用力学論文 集, 土木学会, Vol.10, pp.415-423, 2007.
- Mori, T. and Tanaka, K.: Average stress in matrix and average energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metall.*, Vol.21, pp.571–574, 1973.
- 小山茂,片野俊一,大上俊之,岩熊哲夫: 複合材料や多結 晶金属の平均弾塑性挙動予測の一手法,土木学会論文集, Vol.64, pp.121-132, 2008.
- Adams, D.F.: Inelastic analysis of a unidirectional composite subjected to transverse normal loading, *J. Composite Materials*, Vol.4, pp.310-328, 1970.

(2009年2月5日提出)