

複合材料や多結晶体の平均弾塑性挙動予測の一手法

An averaging method of elastoplastic behavior of composites and polycrystalline metals

片野俊一*

Shunichi KATANO

*構造強度学学研究室 (指導教員: 岩熊哲夫 教授)

弾性複合材料の平均化手法の 1 つに森・田中理論があるが、最近では 3 相材料森・田中理論において母材の体積比率を零にすることによって、2 相材料間の相互作用をより適切に表現できる手法が提案されている。本研究ではこの手法を弾塑性に拡張し、実験値や他の解析結果との比較を行った。

Key Words : composites, average behavior, Mori-Tanaka theory, strain energy, elastoplastic

1. まえがき

複合材料の巨視的挙動の解析的な予測には森・田中や Hashin-Shtrikman の手法等があり、新材料の設計に有効である。弾性の場合の既往の研究¹⁾では、3 相材料森・田中理論において母材の体積比率を零にすることによって、2 相問題の Hashin-Shtrikman の解より実験値を良く予測する手法が提案されている。本論文ではこの手法の発展として、一般的な載荷状態でのひずみエネルギー最小化問題に一般化する。さらにこのモデルを弾塑性に拡張し、その予測を既存の実験値や他の解析結果と比較する。

2. 増分型森・田中理論の定式化

無限体である母材中に 2 種類の回転楕円体介在物が分布している 3 相複合材料を仮定し、森・田中理論を用いて平均化する。母材は等方弾性体とし、介在物のみが Prandtl-Reuss の関連流れ則に従って降伏する場合、平均応力増分 $\bar{\sigma}$ が作用したときの平均全ひずみ増分 $\bar{\epsilon}$ は

$$\bar{\epsilon} = \left[\bar{C}^{-1} + \sum_{i=1}^2 f_i \left(P_i - \bar{C}^{-1} M_i \right) \frac{1}{H_i} \frac{\sigma'_i \otimes \sigma'_i}{4(J_2)_i} Z_i \right] \bar{\sigma} \quad (1)$$

と表される。ここに、 f_i は介在物 i ($i = 1, 2$) の体積比率であり、 σ'_i は介在物の偏差応力、 $(J_2)_i$ はその第 2 不変量を表す。 H_i は介在物の硬化係数である。また、 \bar{C} は平均弾性係数であり、 P_i 、 M_i 、 Z_i は母材と介在物の材料特性および介在物形状、方向によって決まる 4 階のテンソルであるが、その具体的な定義は省略する。

3. 架空の母材による 2 相問題の平均化手法

本研究では 3 相材料に対する平均応力ひずみ関係式 (1) において $f_1 + f_2 = 1$ 、すなわち母材の体積比率を零にした極限の場合の平均化について考える。この手法では 2 種類の介在物を同等に扱えるため介在物間の相互

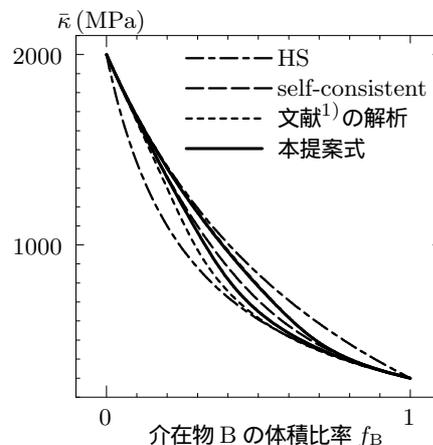


図-1 平均体積弾性係数の解析例 (弾性)

作用をより高次に表現でき、また 2 種類の介在物を同等に扱えるため、母材の無い多結晶にも適用できると考えている。さらに存在しない架空の母材の剛性を適切に選択することによって、種々の弾塑性接線係数を予測できる。ここでは文献¹⁾のひずみエネルギーを

$$W \equiv \frac{1}{2} \bar{\sigma} \bar{\epsilon} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 f_i (\dot{\epsilon}_i^* + \dot{\epsilon}_i^p) C_M (S_i - I) (\dot{\epsilon}_i^* + \dot{\epsilon}_i^p) \quad (2)$$

と弾塑性に拡張する。ここに C_M は母材の弾性係数テンソル、 S_i は Eshelby のテンソルであり、 I は 4 階の単位テンソルを表す。また $\dot{\epsilon}_i^*$ 、 $\dot{\epsilon}_i^p$ はそれぞれ介在物内部の eigen ひずみ増分、塑性ひずみ増分であり、これらを例えば $\dot{\epsilon}$ で表すと式 (2) は

$$W \equiv \frac{1}{2} \dot{\epsilon} X \dot{\epsilon} \quad (3)$$

とおける。ここに X は母材の弾性係数も含む 4 階のテンソルである。同様に、式 (3) を特殊な載荷状態で $\dot{\sigma}$ で表現すると補ひずみエネルギーに相当する。ここで、文献¹⁾では、一軸引張状態でひずみエネルギー W が最小に

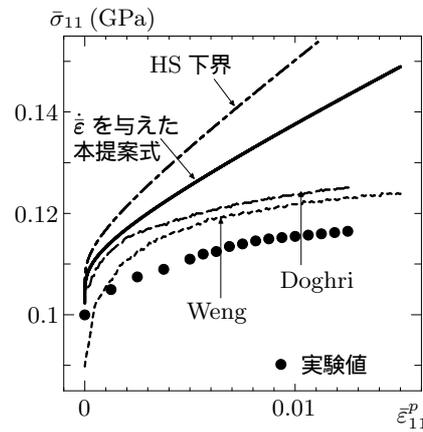
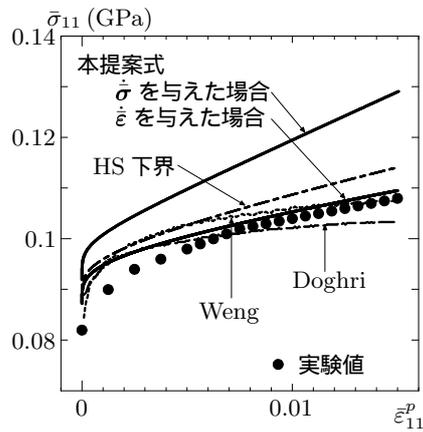
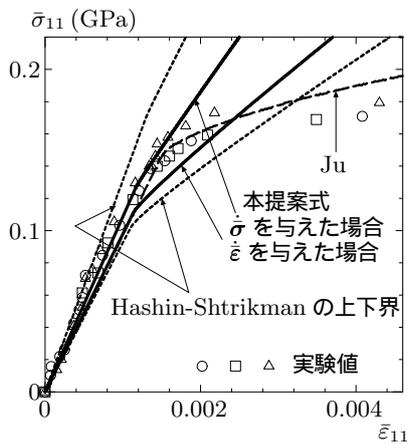


図-2 アルミニウムボロン複合材の応力ひずみ関係 図-3 エポキシシリカ複合材の応力塑性ひずみ関係 ($f_B = 0.15$) 図-4 エポキシシリカ複合材の応力塑性ひずみ関係 ($f_B = 0.35$)

なるような母材剛性を選択しているのに対し、本研究では载荷と無関係に X の行列式を最小にする手法を提案する。これにより、任意の応力・ひずみ状態に対して同一の母材剛性を選択することができる。例として弾性の場合、文献¹⁾と同様に2種類の材料定数を $\kappa_A = 2000 \text{ MPa}$, $\nu_A = 0.3$, $\kappa_B = 300 \text{ MPa}$, $\nu_B = 0.3$ とする。このときの平均体積弾性係数の予測結果を比較すると、図-1の実線のように $\bar{\sigma}$ を与えた場合と $\bar{\epsilon}$ を与えた場合の2つの解が求まり、文献¹⁾や Hashin-Shtrikman の平均化手法(図中の HS)を改善する結果を得ることができる。

4. 実験値との比較

(1) アルミニウム・ボロン複合材

まず2相材料の剛性差が比較的小さい場合を考える。文献²⁾における体積比率が34%のボロン繊維で補強した2024Alを想定し、一軸引張試験の解析を行った。アルミニウムの材料定数はヤング率 $E_A = 55.85 \text{ GPa}$, ボアソン比 $\nu_A = 0.32$, 降伏応力 $\sigma_y^A = 79.29 \text{ MPa}$, 硬化パラメータ $h_A = 827.4 \text{ MPa}$, $n_A = 0.6$ であり、ボロンは $E_B = 379.23 \text{ GPa}$, $\nu_B = 0.2$ で降伏しないものとする。また、アルミニウムを球形、ボロンを1:1:1000の扁長形として解析を行った。図-2にはひずみが急激に大きくなる3点の実験値があるが、これは文献²⁾において母材と介在物の間の剥離によって生じたと述べられている。したがって、これらの点を除くと本提案式は実験値を狭い範囲で挟み込む形になっており、実験値を比較的良く予測できている。

(2) エポキシ・シリカ複合材

次に2相材料の剛性差が大きい場合について考える。文献³⁾におけるシリカ粒子で補強したエポキシを想定して一軸圧縮試験の解析を行い、実験値³⁾および解析値³⁾⁴⁾と比較する。エポキシの材料定数は $E_A = 3.16 \text{ GPa}$, $\nu_A = 0.35$, $\sigma_y^A = 75.86 \text{ MPa}$, $h_A = 32.18 \text{ MPa}$, $n_A = 0.26$ であり、シリカの材料定数は $E_B = 73.1 \text{ GPa}$,

$\nu_B = 0.18$ で降伏しないものとする。両者の形状は球として解析を行った。図-3はシリカの体積比率が15%の場合である。 $\bar{\epsilon}$ を与えた場合の解は降伏直後に若干の差が見られるが、他の解析結果よりも実験値と整合している。また $\bar{\sigma}$ を与えた場合は実験値との差が大きくなるが、この差の大きさと実験値より硬い予測している点を考慮すれば、この程度の体積比率に対しては本提案式は有効であると判断できる。しかし、シリカの体積比率が35%の場合、図-4のように降伏後の応力が実験値と比べて多少大きくなってしまふ。しかし少なくとも Hashin-Shtrikman の予測、つまり普通の森・田中予測よりは柔らかい結果で、実験を良く予測している。

5. まとめ

架空の母材を導入した弾塑性森・田中理論による平均化手法を用いて解析した結果、2相材料の剛性差が小さい場合には、体積比率がある程度大きくても実験値と良く整合した。また、剛性差が比較的大きい材料の場合でも、これまでの簡易手法よりは実験値との整合性が良いことを示すことができた。

参考文献

- 1) 小山茂, 岩熊哲夫, 岩崎智昭, 小倉崇生, 三井康司: 複合材料と多結晶体の平均的性質, 土木学会論文集, No. 661/I-53, pp.265-272, 2000.
- 2) Ju, J.W and Zhang, X.D: Effective elastoplastic behavior of ductile matrix composites containing randomly located aligned circular fibers, *Int. J. Solids Str.*, Vol.38, pp.4045-4069, 2003.
- 3) Tandon, G.P and Weng, G.J: Theory of particle-reinforced plasticity, *J. Appl. Mech.*, Vol.55, pp.126-135, 1988.
- 4) Doghri, I and Ouaar, A: Homogenization of two-phase elasto-plastic composite materials and structures: Study of tangent operators, cyclic plasticity and numerical algorithm, *Int. J. Solids Str.*, Vol.40, pp.1681-1712, 2003.

(2007年2月13日提出)