

繰り返し水平変位を受ける梁一柱の弾塑性分岐挙動

Plastic bifurcation behavior of a cantilever beam-column subjected to repeated horizontal displacement

目黒 誠*

Makoto MEGURO

*構造強度学研究室(指導教官: 中沢正利助教授)

An elasto-plastic beam-column subjected to repeated displacement under constant axial compression changes its shape from a symmetric mode to an asymmetric one when deflection amplitude reaches a certain limit. Uetani proposed the limit theory by using idealized section and kinematic hardening rule. In this study, in order to investigate the relationships between this symmetry limit and constitutive law of materials, two surface model is adopted and FEM simulation is carried out.

Key Words : Beam-column, Reversed displacement, Symmetry limit, Two surface model, Finite element method

1. まえがき

弾塑性材料の梁一柱系が一定軸荷重の下で、連続的漸増振幅完全両振り曲げを受ける場合に、変形形状が初期軸線に対して対称形から非対称へと移行する、いわゆる対称限界¹⁾の存在が指摘されている。この限界を超えると、梁一柱部材の変形モードが変わることにより応力集中部位が変化し、部材の靱性性能、ひいては耐震設計に対しても影響を与えることが予想される。初等梁理論に基づいた微分方程式から、対称限界条件式を導出する対称限界理論²⁾³⁾が報告されているが、この理論では断面形状や材料構成則によっては微分方程式が複雑になり事実上解くことができないため、単純な断面形に限定すると共に、弾塑性挙動に対する材料構成則をバイリニア型の移動硬化則に単純化している。

弾塑性材料で構成される構造物が繰り返し荷重を受ける問題では材料構成則が重要である。よって、移動硬化則に単純化した対称限界理論と、現実的な繰り返し荷重を精度よく表現できる二曲面モデルによる結果の差異等について検討しておくことは重要な意味を持つ。

本研究では、材料構成則として二曲面モデル⁴⁾を表現できるプログラムを作成し、これを基本的な梁一柱系構造を対象とした有限要素解析プログラムに組み込んで解析を行い、対称限界と上記の材料構成則の関係について検討した。

2. 対称限界理論の概略

対称限界理論は、図-1に示すような理想化サンドイッチ断面の左右フランジのみで直応力を伝達し、バイリニア型の応力-ひずみ関係をもつ梁一柱モデルを考えたとき、頂点に与える水平振幅が大きくなると変形形状が図

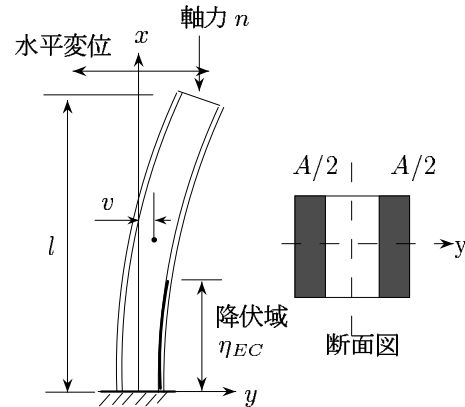


図-1 対称限界理論のモデル

-2のように対称形から非対称形になることを示し、そのときの条件を梁一柱に生じる降伏域の高さ η_{EC} と軸力の大きさ n の関数として表した。対称限界を表す式は以下の手順で導かれる。1) ある振幅での定常状態から、振幅を増加させた次の定常状態を考え、そのときの応力やたわみの変化率に関する式を導く。2) 梁のせん断変形を無視した初等梁理論に基づいたひずみ-変位関係および応力-ひずみ関係を基に、軸力の釣合い式・モーメントの釣合い式から応力変化率を消去してたわみ変化率に関する微分方程式を得る。3) 柱が左→右、右→左と反転するときのたわみ変化率を平均したものをたわみ変化率の非対称成分とする。4) たわみ変化率の非対称成分が非零になるときを対称限界とする。

対称限界条件は、弾性域と塑性域の境界の高さ η_{EC} と軸力 n の関係に集約され、塑性域での応力-ひずみ関係の傾きを、弾性係数の α 倍としたときに、 $k_E =$

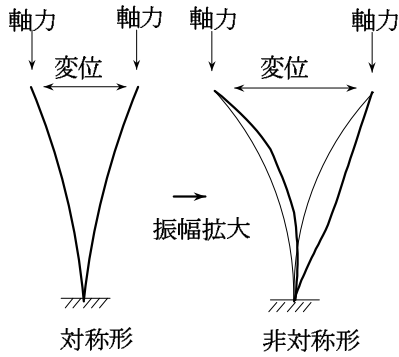


図-2 変形形状の変化

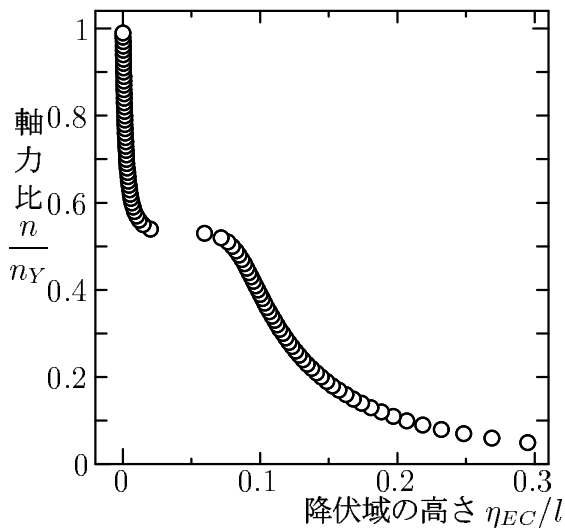


図-3 対称境界条件

\sqrt{n} , $k_P = \sqrt{n/\alpha}$, 柱の長さを l とすると, 具体的に次の式で表される.

$$k_E \sin k_E(\eta_{EC} - l) \{ \cos k_P \eta_{EC} + k_P l \sin k_P \eta_{EC} \} - k_E \cos k_E(\eta_{EC} - l) \{ \sin k_P \eta_{EC} + k_P l \cos k_P \eta_{EC} \} = 0 \quad (1)$$

上式を満たす最小の η_{EC} から得られる曲線を図-3に示す.

3. 二曲面モデルの概略

二曲面モデルは, 応力-塑性ひずみ曲線の接線の傾きを与えるためのもので, von Mises の降伏関数を表す降伏曲面と, 降伏曲面を内部に含み, 降伏曲面と相似形の境界曲面によって構成される. 降伏曲面 f と境界曲面 F はそれぞれ次の式で表される.

降伏曲面:

$$f(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, \kappa) = \frac{3}{2}(S_{ij} - \alpha_{ij})(S_{ij} - \alpha_{ij}) - \kappa^2 = 0 \quad (2)$$

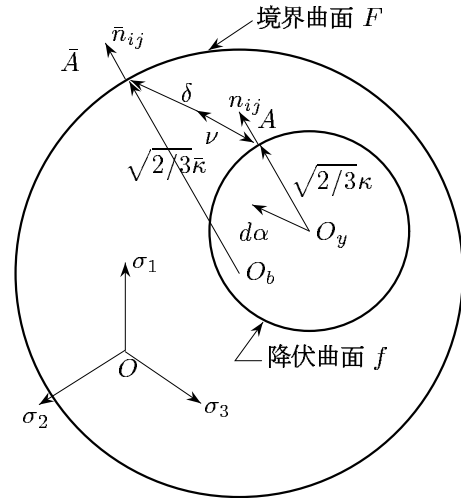


図-4 降伏曲面と境界曲面

境界曲面:

$$F(\sigma_{ij}, \beta_{ij}, \bar{\kappa}) = \frac{3}{2}(\bar{S}_{ij} - \beta_{ij})(\bar{S}_{ij} - \beta_{ij}) - \bar{\kappa}^2 = 0 \quad (3)$$

ここで σ_{ij} 及び S_{ij} はそれぞれ応力成分および偏差応力成分, \bar{S}_{ij} は点 S_{ij} での降伏曲面の法線ベクトルと同じ法線ベクトルを持つ境界曲面上の点である. α_{ij} および β_{ij} はそれぞれ降伏曲面と境界曲面の中心の偏差成分である.

降伏曲面の移動量 $d\alpha_{ij}$ は境界曲面との距離 δ によって決定される. 降伏曲面の半径 κ , 境界曲面の半径 $\bar{\kappa}$ および境界曲面の移動量 $d\beta_{ij}$ は累積塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^p$ と各種パラメータによって決定される. この二曲面モデルは, 実験から得られた応力-ひずみ関係よりこれらのパラメータを決定するカーブフィッティング手法の一つで, 塑性域の材料の応力-ひずみ関係を滑らかな曲線で表現し, 応力-ひずみ関係が载荷履歴に依存することを表せる特徴がある.

降伏曲面の半径 κ の変化量を次のように表す.

$$\frac{\kappa}{\kappa_o} = \alpha - a \cdot \exp[-b \bar{\epsilon}^p \times 100] - (\alpha - a - 1) \exp[-c \bar{\epsilon}^p \times 100] \quad (4)$$

ここで, κ_o は初期の降伏曲面の半径, α , a , b , c は材料に固有な定数である. 境界曲面の半径 $\bar{\kappa}$ は, 次のように変化すると仮定する.

$$\bar{\kappa} = \bar{\kappa}_\infty + (\bar{\kappa}_o - \bar{\kappa}_\infty) \exp[-\zeta(\bar{\epsilon}^p)^2/4] \quad (5)$$

ここで, $\bar{\kappa}_o$ は初期の境界曲面の半径, $\bar{\kappa}_\infty$ は引張り強度, ζ は定数である. また, 境界曲面の移動量を次のように仮定する

$$d\beta_{ij} = \frac{2}{3} E_o^p d\epsilon_{ij}^p - \sqrt{\frac{2}{3}} d\bar{\kappa} n_{ij} \quad (6)$$

降伏曲面の中心は図-4に示すように降伏曲面上の応力点 $A(S_{ij})$ と同じ法線方向を持つ境界曲面上の点 $\bar{A}(\bar{S}_{ij})$ を結ぶ方向にそって移動するものと仮定する. 降伏曲面

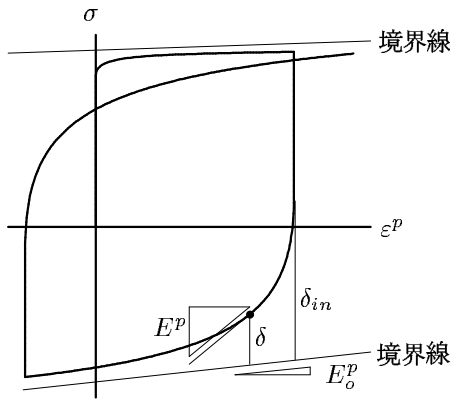


図-5 応力-塑性ひずみ曲線

の移動量 $d\alpha_{ij}$ は

$$d\alpha = \frac{(S_{ij} - \alpha_{ij})dS_{ij} - \frac{2}{3}\kappa d\kappa}{(S_{ij} - \alpha_{ij})\nu_{ij}} \nu_{ij} \quad (7)$$

と表される。ここで ν_{ij} は AA 方向の単位ベクトルであり、次のように表現できる。

$$\nu_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{S_{ij} - S_{ij}}{\delta} \quad (8)$$

一軸応力状態では図-5 のように応力-ひずみ曲線が漸近する傾き E_o^p の境界線を考え、応力点と境界線との距離 δ によって E^p を次のように表す。

$$E^p = E_o^p + h \frac{\delta}{\delta_{in} - \delta}, \quad h = d\delta + e \quad (9)$$

ここで h は曲率に関するパラメータで、 d 、 e は実験で得られた応力-ひずみ関係にカーブフィッティングすることで決定される材料に固有な定数、 δ_{in} は弾性から塑性に移る時の δ の値である。また、境界線の傾き E_o^p を次のように累積塑性仕事 W^p の関数とした。

$$E_o^p = \frac{E_{oi}^p}{1 + \omega W^p} \quad (10)$$

ここで、 ω は材料に固有な定数、 E_{oi}^p は初期の境界線の傾きである。

4. 解析結果

図-6に示される、一定軸圧縮力と繰り返し水平変位を受ける梁-柱モデルに上記の二曲面モデルによる材料構成則を用い、有限要素解析を行った。

軸圧縮力の小さい領域に対応させて、軸圧縮力を降伏軸力の20%とし、5サイクルごとに振幅を増加させる水平変位を与えたときの、梁-柱の中央の点でのたわみの非対称成分について図-7に示した。ここで、塑性域の高さが対称限界理論で得られた値に達したときを対称限界とし、固定端の応力が降伏応力を超えたときを弾性限界とした。また、梁-柱が右→左と反転する時の変位を v_R 、左→右と反転するときの変位を v_L とし、変位

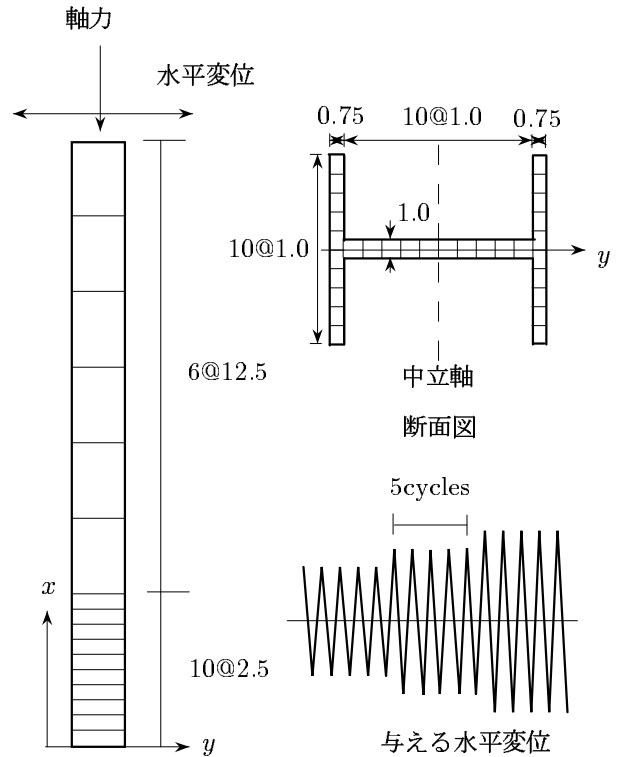


図-6 有限要素解析モデル

の対称成分 v_f と非対称成分 v_b をそれぞれ次の式で表した。

$$v_f = \frac{1}{2}(v_R - v_L), \quad v_b = \frac{1}{2}(v_R + v_L) \quad (11)$$

この図から、成長の傾向が異なる2種類のたわみの非対称成分が読み取れる。一つは振幅を大きくした1サイクル目の非対称成分で、弾性限界を超えてすぐに発生し、徐々に大きくなっていく。もう一つは同じ振幅で繰り返す2サイクル目以降の非対称成分で、弾性限界を過ぎても非常に小さいまま留まっている。また、どちらも振幅がある段階になると急激に大きくなる傾向があった。特に2サイクル目以降に関しては、頂点の振幅が一定の間、非対称成分も一定だったものが、ある振幅を超えると振幅を一定にしている間も非対称成分が成長する現象が見られる。

同じ解析を3サイクル毎、1サイクル毎に振幅を拡大して行った。頂点に与えた変位を縦軸にとり、非対称成分を横軸にとって3つの解析例を図-8にまとめた。どの载荷パターンでも、塑性域の高さが対称限界理論による値になるときの頂点の変位は0.78のときであった。また、3サイクルごとに振幅を拡大した場合は、対称限界を超える前から非対称成分が若干乱れているが、対称限界を超えてから非対称成分が急に大きくなる傾向はどの場合にも共通であった。

軸圧縮力が大きい領域の対称限界曲線との対比のために、軸圧縮力を降伏軸力の60%とし、同様の解析を行い、結果を図-9に示す。この場合も、軸圧縮力が小さい領域の例と同じような傾向が見られたが、非対称成分

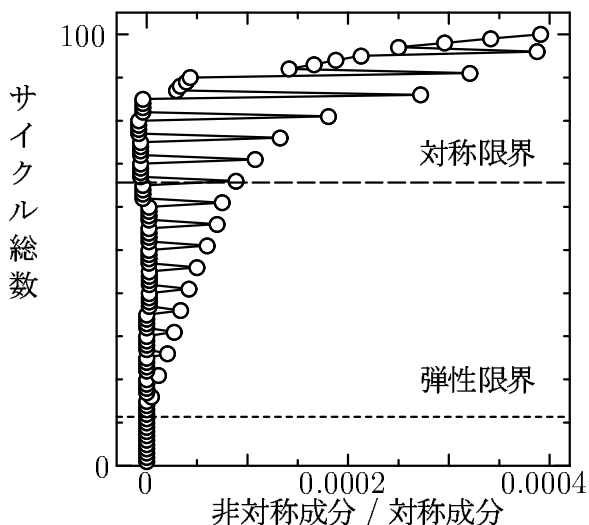


図-7 たわみの非対称成分

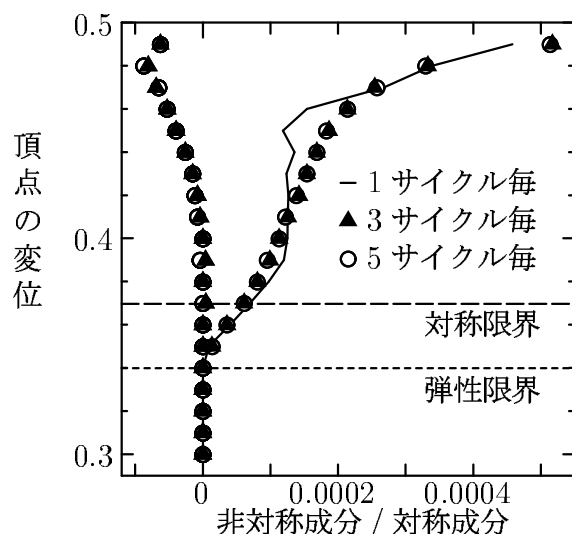


図-9 軸力が大きい場合

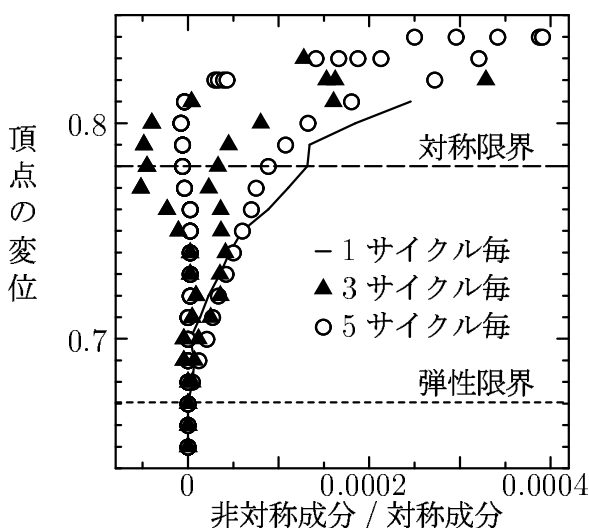


図-8 軸力が小さい場合

が発達するときの頂点の振幅は、対称限界理論よるものと開きがあった。また、载荷パターンによる差異が小さいのは、材料の降伏に対して軸力の影響が卓越し、曲げによる影響が少ないためと考えられる。

5. まとめ

本研究では、一定軸圧縮力と振幅の漸増する繰返し水平変位を頂点に受ける、弾塑性材料で構成された梁一柱の変形形状が、対称形から非対称形に移行する限界を求める対称限界理論の適用可能性を検討するために、繰返し载荷を精度よく表現できる材料構成則である二曲面モデルを用いた有限要素解析によって得られた結果と比較検討した。これによって得られた知見を以下にまとめる。

- 二曲面モデルを用いたモデルでも、ある振幅を境にたわみの非対称成分が急増する現象が確認された。
- たわみの非対称成分は、振幅を増大させたときに生じるものとその後同じ振幅で繰返し変位を与えたときに残る定常的なものが見られた。
- 振幅を増大させたときに生じる非対称成分は塑性化と同時に発生し、塑性域の拡大と共に大きくなる。
- 振幅を変えずに繰返し変位を与えたときの非対称成分は微少だが、ある振幅を超えると急激に大きくなり、発散する。
- 対称限界での頂点の振幅は梁一柱の長さの1%未満と小さく、地震力を受けて塑性化するような構造物の多くは、対称限界に達することが予想される。

本研究では、たわみの非対称成分が急激に拡大し始めてまもなく計算が収束しなくなり、その後を追跡することができなかったが、非対称成分の成長は、構造物を不安定にさせるもので、対称限界が安定限界になりうることを示唆していると考えられる。

参考文献

- 1) 横尾・中村・上谷・竹脇：繰返し両振り塑性曲げをうける鋼片持梁一柱の構面内変形の収束と発散に関する実験的研究，日本建築学会論文報告集，第316号，pp.41-50，1982. 6.
- 2) K. Uetani: Uniqueness criterion for incremental variation of steady state and symmetry limit *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.37, No.4, pp.495-514, 1989.
- 3) 上谷・中村：繰返し両振り曲げをうける片持梁一柱の定常状態限界理論，日本建築学会構造系論文報告集，第438号，pp.105-115，1992. 8.
- 4) 水野・沈・宇佐美：鋼素材に対する修正二曲面モデルの一般定式化，構造工学論文集，Vol.40A，pp.235-248，1994. 3.

(1999年2月10日提出)