構造解析学小テスト 09 補足資料

Müller-Breslau の方法を用いて，図に示す連続はりの D 点の曲げモーメント M_{D} の影響線図を求めたい．この場合， D 点に単位の不連続たわみ角を生じさせたときのたわみが求めたい影響線になる．たわみを具体的に求めるには， AD, DC, CB の区間の添え字をそれぞれ 1, 2, 3 とすると微分方程式

$$EI\,\frac{\mathrm{d}^4 v_i}{\mathrm{d}x^4} = 0 \quad (i = 1, 2, 3)$$

を境界条件

$$v_1(0) = 0, \quad EI\,\frac{\mathrm{d}^2 v_1}{\mathrm{d}x^2}\bigg|_{x=0} = 0$$

$$v_3(3\ell) = 0, \quad EI\,\frac{\mathrm{d}^2 v_3}{\mathrm{d}x^2}\bigg|_{x=3\ell} = 0$$

と $x = \ell$ における連続条件

$$v_1(\ell) = v_2(\ell), \quad -\frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=\ell} - \left(-\frac{\mathrm{d}v_1}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=\ell}\right) = 1$$

$$-EI\,\frac{\mathrm{d}^2 v_1}{\mathrm{d}^2 x}\bigg|_{x=\ell} = -EI\,\frac{\mathrm{d}^2 v_2}{\mathrm{d}^2 x}\bigg|_{x=\ell}, \quad -EI\,\frac{\mathrm{d}^3 v_1}{\mathrm{d}^2 x}\bigg|_{x=\ell} = -EI\,\frac{\mathrm{d}^3 v_2}{\mathrm{d}^2 x}\bigg|_{x=\ell}$$

と $x = 2\ell$ における連続条件

$$v_2(2\ell) = v_3(2\ell) = 0, \quad -\frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=2\ell} = -\frac{\mathrm{d}v_3}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=2\ell},$$

$$-EI\,\frac{\mathrm{d}^2 v_2}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=2\ell} = -EI\,\frac{\mathrm{d}^2 v_3}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=2\ell}$$

により解けばよい．これを解くのは簡単ではないが maxima 等を使えば， $\overline{x} = \frac{x}{\ell}$ として

$$v_1(x) = \frac{\ell}{24}\left(\overline{x}^3 + 8\overline{x}\right)$$

$$v_2(x) = \frac{\ell}{24}\left(\overline{x}^3 - 16\overline{x} + 24\right)$$

$$v_3(x) = \frac{\ell}{12}\left(-\overline{x}^3 + 9\overline{x}^2 - 26\overline{x} + 24\right)$$

となる．このことから $v_1(x)$ は 3 次関数となっていることが確認できる．

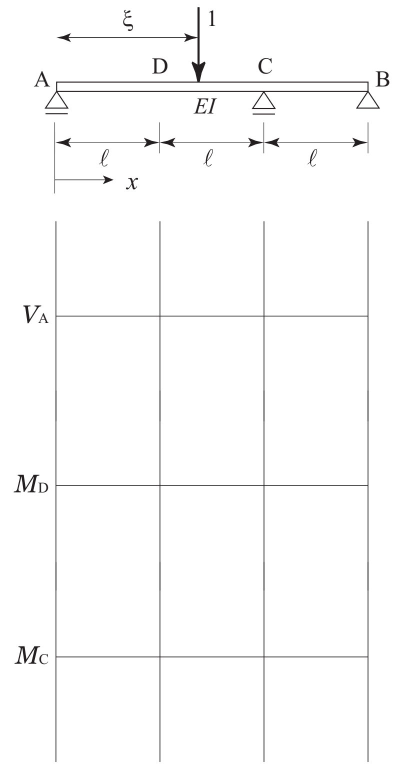

図: 連続はり