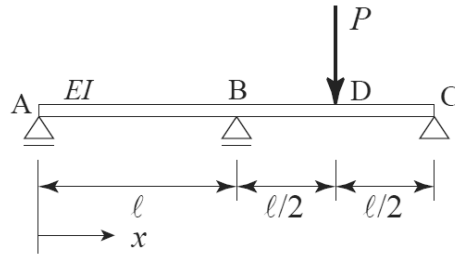


## 構造解析学及び同演習 課題 08 解答例

### 問題

連続梁の反力をすべて求め、曲げモーメント図を描け。また、荷重載荷点 D のたわみを求めるための方針を説明せよ。



### 反力と曲げモーメント

A, B, C の各点にはたらく支点反力を  $V_A, V_B = X, V_C$  とおく。このとき  $V_A$  と  $V_C$  は  $X$  を用いて

$$V_A = \frac{1}{4}P - \frac{1}{2}X, \quad V_C = \frac{3}{4}P - \frac{1}{2}X$$

と表せる。また曲げモーメント分布を  $X$  を用いて表すと

$$M(x) = \begin{cases} \left( \frac{1}{4}P - \frac{1}{2}X \right) x & (0 \leq x \leq \ell) \\ \left( \frac{1}{4}P + \frac{1}{2}X \right) x - X\ell & (\ell \leq x \leq \frac{3}{2}\ell) \\ \left( \frac{3}{4}P - \frac{1}{2}X \right) (2\ell - x) & (\frac{3}{2}\ell \leq x \leq 2\ell) \end{cases}$$

となる。補ひずみエネルギーを  $U^*$  とすると最小仕事の原理より

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial U^*}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X} \int_0^{2\ell} \frac{M^2}{2EI} dx = \frac{1}{EI} \int_0^{2\ell} M \frac{\partial M}{\partial X} dx \\ &= \frac{1}{EI} \left[ \int_0^{\ell} \left( \frac{1}{4}P - \frac{1}{2}X \right) x \left( -\frac{1}{2}x \right) dx + \int_{\ell}^{\frac{3}{2}\ell} \left\{ \left( \frac{1}{4}P + \frac{1}{2}X \right) x - X\ell \right\} \left( \frac{1}{2}x - \ell \right) dx \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{3}{2}\ell}^{2\ell} \left( \frac{3}{4}P - \frac{1}{2}X \right) (2\ell - x) \left\{ -\frac{1}{2}(2\ell - x) \right\} dx \right] \\ &= \frac{\ell^3}{EI} \left( \frac{1}{6}X - \frac{11}{96}P \right) \end{aligned}$$

であるから

$$X = \frac{11}{16}P$$

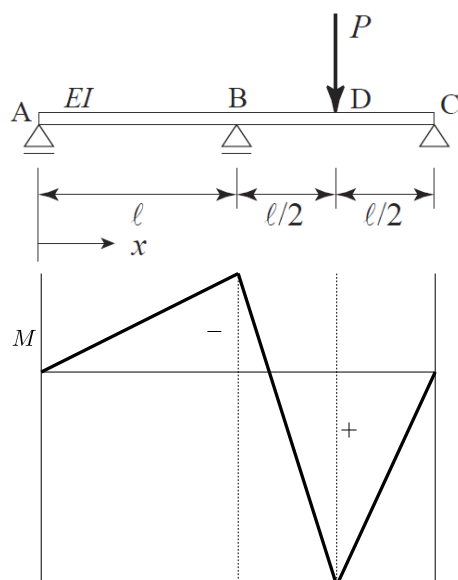
となり、各点の支点反力

$$V_A = -\frac{3}{32}P, \quad V_B = \frac{11}{16}P, \quad V_C = \frac{13}{32}P$$

が得られ、曲げモーメント分布が

$$M(x) = \begin{cases} -\frac{3}{32}Px & (0 \leq x \leq \ell) \\ \frac{1}{32}P(19x - 22\ell) & (\ell \leq x \leq \frac{3}{2}\ell) \\ \frac{13}{32}P(2\ell - x) & (\frac{3}{2}\ell \leq x \leq 2\ell) \end{cases} \quad (1)$$

と求められる。曲げモーメント図は以下ようになる。



### 荷重点のたわみ

荷重荷重点 D のたわみ  $\delta_D$  は式 (1) の  $M$  を用いて

$$\begin{aligned} \delta_D &= \frac{\partial U^*}{\partial P} \\ &= \frac{\partial}{\partial P} \int_0^{2\ell} \frac{M^2}{2EI} dx \\ &= \frac{1}{EI} \int_0^{2\ell} M \frac{\partial M}{\partial P} dx \end{aligned}$$

で求められる。