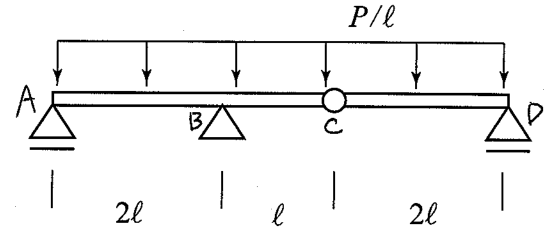
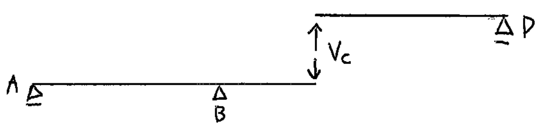
空間創造の力学　演習4　　学籍番号　　氏名

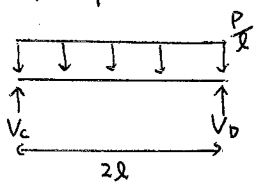
1. 右図の構造の反力および断面力を求め図示せよ.



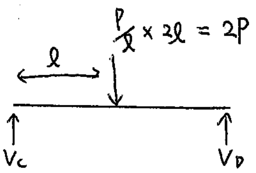
まず、ヒンジ点について下図のように考え、反力を求める.



① CD間について.



⇒

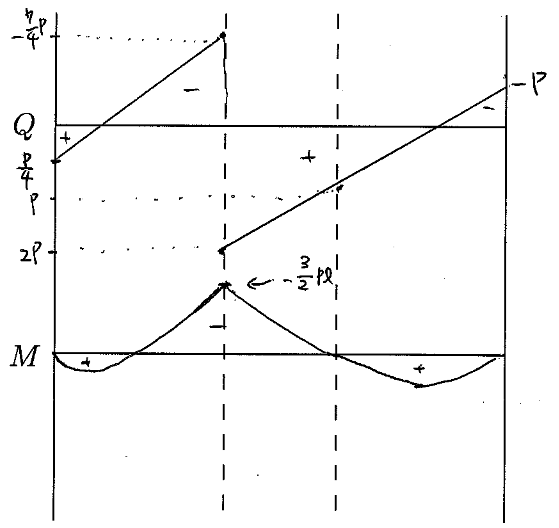


$\circlearrowleft \Sigma_C M = -2P\times\ell + V_D\times 2\ell = 0$

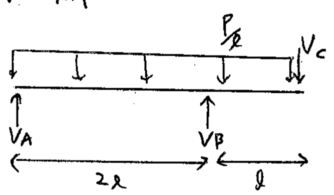
∴ $V_D = P$

$\downarrow \Sigma V = -V_C + 2P - V_D = 0$

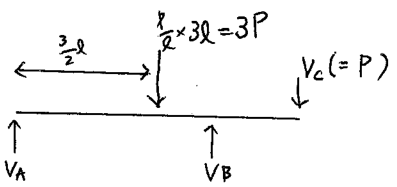
∴ $V_C = P$



② AC間について



⇒



$\circlearrowleft \Sigma_A M = -3P\times\frac{3}{2}\ell + V_B\times 2\ell - P\times 3\ell = 0$

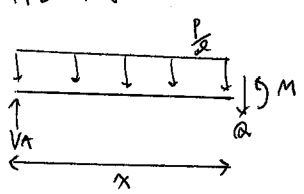
∴ $V_B = \frac{15}{4}P$

$\downarrow \Sigma V = -V_A + 3P - V_B + P = 0$

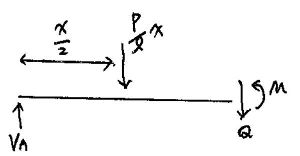
∴ $V_A = \frac{1}{4}P$

次に断面力を求める.

(1) AB間 ($0 < x < 2\ell$) のとき.



⇒



$\downarrow \Sigma V = -V_A + \frac{P}{\ell}x + Q = 0$

∴ $Q = \frac{1}{4}P - \frac{P}{\ell}x$

$\circlearrowleft \Sigma_x M = M + \frac{P}{\ell}x\times\frac{x}{2} - V_A\times x = 0$

∴ $M = -\frac{P}{2\ell}x^2 + \frac{P}{4}x$

うらへつづく

これ以降の回答は裏面に書いてください(任意).

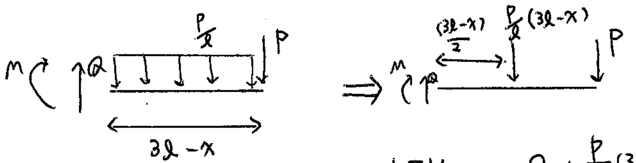
2. 担当教員にコメントがあれば自由に書いてください. 質問はなるべく直接訊いてください.

3. 曲げモーメントとせん断力の関係について気付いたことを書きなさい.

「$\frac{\partial M}{\partial x} = Q$」

↓

(2) BC間 ($2\ell < x < 3\ell$) のとき.



$$\downarrow \Sigma V = -Q + \frac{P}{\ell}(3\ell - x) + P = 0$$

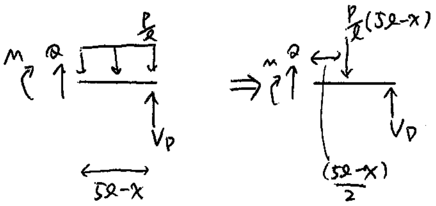
$$\therefore Q = 4P - \frac{P}{\ell}x$$

$$\circlearrowright \Sigma_x M = -M - \frac{P}{\ell}(3\ell - x) \times \frac{(3\ell - x)}{2} - P \times (3\ell - x) = 0$$

$$M = -\frac{P}{2\ell}(3\ell - x)^2 - P(3\ell - x)$$

$$= -\frac{P}{2\ell}x^2 + 4Px - \frac{15}{2}P\ell$$

(3) CD間 ($3\ell < x < 5\ell$) のとき.



$$\downarrow \Sigma V = -Q + \frac{P}{\ell}(5\ell - x) - V_D = 0$$

$$\therefore Q = 4P - \frac{P}{\ell}x$$

$$\circlearrowright \Sigma_x M = -M - \frac{P}{\ell}(5\ell - x) \times \frac{(5\ell - x)}{2} + V_D \times (5\ell - x) = 0$$

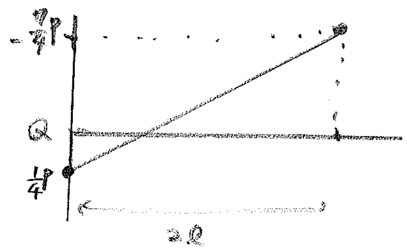
$$M = -\frac{P}{2\ell}(5\ell - x)^2 + P(5\ell - x)$$

$$= -\frac{P}{2\ell}x^2 + 4Px - \frac{15}{2}P\ell$$

★ 図の書き方

縦軸に Q or M, 横軸に x をとったグラフをプロットする. (下向きを正にしてます)

- Qの場合, 今回は1次関数なので, 直線になりそう...
  (i) $x = 0$ のときは, $Q = \frac{1}{4}P$
  (ii) $x = 2\ell$ のときは $Q = \frac{1}{4}P - \frac{P}{\ell} \times (2\ell) = -\frac{7}{4}P$
  (傾きは, $-\frac{P}{\ell}$ だ) ⋯ 2点をつないだ直線は



◎ ポイント.
Q図の段差は, その点の反力 (or 集中荷重) の大きさと等しくなる!

(例) 今回のB点をみると.
段差が $2P - (-\frac{7}{4}P) = \frac{15}{4}P$
$V_B = \frac{15}{4}P$ ← 同じ!

- Mの場合, 今回のように, 分布荷重では 2次関数となる ⟶ 曲線になるだろう...
  (i) 下に凸なのか上に凸なのか. ($+ax^2$ or $-ax^2$?)
  (ii) グラフの頂点はどこにあるのか

(例) 今回の $0 < x < 2\ell$ のとき.

$$M = -\frac{P}{2\ell}x^2 + \frac{P}{4}x$$

$$= -\frac{P}{2\ell}\left(x^2 - \frac{\ell}{2}x\right)$$

$$= -\frac{P}{2\ell}\left\{\left(x - \frac{\ell}{4}\right)^2 - \frac{\ell^2}{16}\right\}$$

頂点 $\left(\frac{\ell}{4}, \frac{P\ell}{32}\right)$