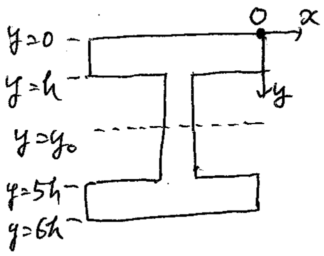
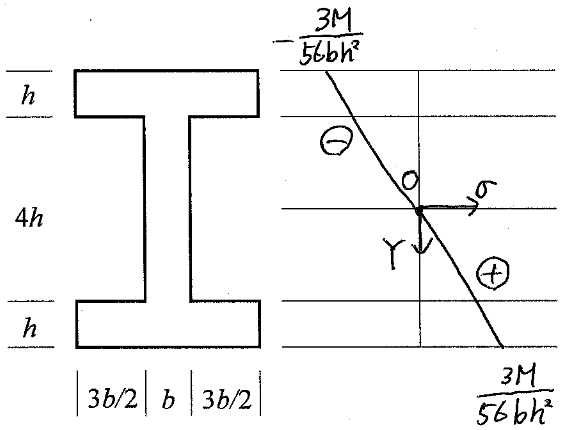
空間創造の力学　演習 8　　　　　　学籍番号　　　　　氏名

1. 図に示すI型断面の梁の水平軸まわりに曲げモーメントMのみが作用するとき，上端から中立軸までの距離を求め，中立軸まわりの断面2次モーメントを求めよ．また，曲げ応力の分布を求め，図示せよ．

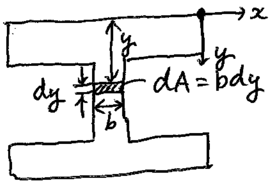




この梁の断面積Aは

$$A = 12bh$$

である。左の図のように座標をとり，求める中立軸を$y = y_0$とする。まず，x軸に関する断面1次モーメントG_xは



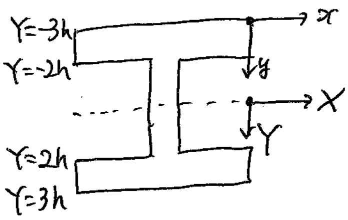
$$\begin{aligned} G_x &= \int_A dA \cdot y \\ &= \int_0^h 4b\,dy \cdot y + \int_h^{5h} b\,dy \cdot y + \int_{5h}^{6h} 4b\,dy \cdot y \\ &= 4b\int_0^h y\,dy + b\int_h^{5h} y\,dy + 4b\int_{5h}^{6h} y\,dy \\ &= 36bh^2 \end{aligned}$$

と求められる。

次に，中立軸まわりの断面1次モーメントをG_Xとすると

$$G_X = G_x - y_0 A = 0$$

であるから，梁の上端から中立軸までの距離y_0は



$$y_0 = \frac{G_x}{A} = \frac{36bh^2}{12bh} = 3h$$

となる。中立軸$y = y_0$を改めてX軸とすると，X軸まわりの断面2次モーメントI_Xは

$$\begin{aligned} I_X &= \int_A dA \cdot Y^2 \\ &= \int_{-3h}^{-2h} 4b\,dY \cdot Y^2 + \int_{-2h}^{2h} b\,dY \cdot Y^2 + \int_{2h}^{3h} 4b\,dY \cdot Y^2 \\ &= 2\left(b\int_0^{2h} Y^2\,dY + 4b\int_{2h}^{3h} Y^2\,dY\right) \\ &= 56bh^3 \end{aligned}$$

である。

曲げ応力σは

$$\sigma(Y) = \frac{M}{I_X}Y = \frac{M}{56bh^3}Y$$

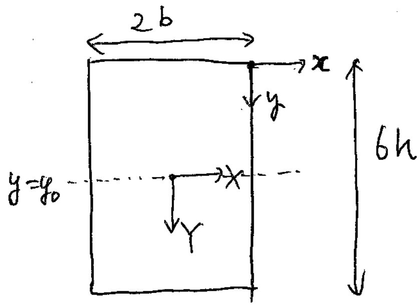
である。

これ以降の回答は裏面に書いてください(任意)．

2. 今日の講義に関する質問や意見などを自由に書いてください．

3. 図に示すI型断面と同じ断面積で，同じ高さの矩形（くけい）（長方形と同じ）断面の断面2次モーメントを求め，上の答えと比較することにより，I型断面の利点を考えてみよう．

3.



1.の工型断面と同じ面積 $A=12bh$ で同じ高さ $6h$ の矩形は左の図のようになる。x軸に関する断面1次モーメント G_x は

$$G_x = \int_0^{6h} 2by\,dy = 36bh^2$$

となり，工型断面の場合と等しい。よって中立軸も

$$y_0 = \frac{G_x}{A} = 3h$$

と等しくなる。

中立軸まわりの断面2次モーメント $I_{x(矩形)}$ は

$$I_{x(矩形)} = \int_{-3h}^{3h} 2bY^2\,dY$$

$$= 36bh^3 < 56bh^3 = I_{x(工型)}$$

となる。よって，同じ断面積・同じ高さでも，薄い部材を組み合わせて工型にすることで，生じる曲げ応力 $\sigma = \frac{M}{I}y$ を小さくすることができ，曲げに対して強くなる。